

СТАВРОПОЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Беляков Станислав Сергеевич

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АГРЕГИРОВАНИЯ В МЕТОДАХ НЕЛИНЕЙНОЙ
ДИНАМИКИ ДЛЯ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата экономических наук

Научный руководитель
доктор физ.-мат.наук,
профессор
В.А. Перепелица

Ставрополь – 2005

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
Глава 1 АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ	17
1.1 Неопределенность котировки акций и проблема ее прогнозирования	17
1.2 Анализ и классификация традиционных подходов к прогнозированию временных рядов котировки акций	21
1.3 Современные подходы к прогнозированию котировки акций методами нелинейной динамики	40
1.4 Выводы к главе 1	50
Глава 2 ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ И АГРЕГИРОВАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ	52
2.1 Фрактальная статистика в экономико-математическом моделировании	52
2.2 Предмет исследования и его статистические характеристики	58
2.3 Агрегирование как способ усиления структурированности данных	62
2.4 Инструментарии фрактального анализа	64
2.4.1 Верификация алгоритма нормированного размаха Херста	68
2.4.2 Алгоритм последовательного R/S -анализа	74
2.5 Фрактальный анализ временных рядов котировок четырех видов акций	80
2.5.1 Фрактальный анализ временных рядов ежедневных показателей	80
2.5.2 Фрактальный анализ временных рядов недельного интервала агрегирования	82
2.5.3 Фрактальный анализ временных рядов двухнедельного интервала агрегирования	86
2.6 Результат сравнительного анализа эффективности агрегирования	89

2.7 Выводы к главе 2	92
Глава 3 ПРЕДПРОГНОЗНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ НА БАЗЕ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ И АГРЕГИРОВАНИЯ	93
3.1 Фазовые пространства и фазовые портреты	93
3.2 Фазовые портреты исходных временных рядов котировки акций	95
3.3 Фазовые портреты временных рядов котировки акций, агрегированных недельными интервалами	99
3.4 Фазовые портреты временных рядов котировки акций, агрегированных двухнедельными интервалами	101
3.5 Предпрогнозный анализ временных рядов на базе их фазовых портретов и агрегирования	109
3.5.1 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^1 котировки акций РАО ЕЭС	111
3.5.2 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^2 котировки акций Сбербанка	111
3.5.3 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^3 котировки акций Ростелекома	112
3.5.4 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^4 котировки акций Сибнефти	113
3.6 Выводы к главе 3	113
Глава 4 АДАПТАЦИЯ КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНОЙ ПРОГНОЗНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ	116
4.1 Особенности временных рядов, для которых традиционные методы прогнозирования неадекватны	116
4.2 Клеточные автоматы для прогнозирования экономических временных рядов их преимущества перед классическими методами	117
4.3 Общая схема и принципы работы клеточно-автоматной прогнозной модели	119
4.3.1 Преобразование числового временного ряда в лингвистический	

<i>временной ряд методом огибающих ломаных</i>	119
<i>4.3.2 Частотный анализ памяти лингвистического временного ряда</i>	124
<i>4.3.3 Формирование прогнозных значений котировки акций российской компании «Сбербанк», верификация и валидация прогнозной модели</i>	132
<i>4.3.4 Получение числового прогноза и оценка его точности</i>	135
Выводы к главе 4	139
Заключение	141
Список использованных источников	142
Приложения	151

Введение

Актуальность темы исследования. Российский рынок ценных бумаг за свою новейшую постсоветскую историю пережил много хороших и плохих времен. Финансовый кризис 1998 года почти разрушил этот сектор экономики. Однако, следует понимать, что без развитого рынка ценных бумаг построить рыночную экономику невозможно. Не случайно в последние годы одно из важнейших направлений развития России связано с принципиальным изменением роли рынка ценных бумаг в финансовой системе государства и его хозяйственном механизме в целом. Развиваются институты рынка ценных бумаг, регулирующиеся государством. Огромные усилия государства направлены на повышение доверия инвесторов к российской экономике.

Одной из важных задач на пути стабилизации фондового рынка России является привлечение частных лиц для инвестирования в предприятия и крупные компании нашей страны. Для инвесторов особо необходимым и актуальным является возможность прогнозирования ситуации на рынке ценных бумаг. Прогнозирование предполагает научно-обоснованное суждение о возможных состояниях экономической системы в будущем, об альтернативных путях и сроках его осуществления, оно должно предполагать получение качественных оценок этих состояний при помощи математических и инструментальных средств реализации.

Сложившейся к настоящему времени методологии экономико-математического прогнозирования присущи общие черты. Практически все прогнозные модели в той или иной мере используют экстраполяцию прошлых тенденций в отношении как общенациональных, так и частичных показателей производства, народонаселения, технического прогресса. Общая черта эконометрических и эмпирических прогнозов – стремление на основе отдельных, частичных показателей составить общую картину будущего экономического роста.

Развитие экономического моделирования, анализа и прогнозирования в современных условиях связано с последовательным ростом уровня их фор-

мализации. Основу этого заложил прогресс в области прикладной математики, математической статистики, методов оптимизации, теории приближений, в эконометрике, прогностике и пр.

Среди факторов, характеризующих динамику рынка и влияющих на нее, есть изрядное количество данных нечисловой природы, значения которых известны только с определенной долей уверенности. Можно выделить различные типы неопределенностей, из которых для финансового анализа важны следующие:

- связанные с незнанием или неточным знанием некоторых факторов или процессов, влияющих на развитие ситуации;
- связанные с математической несоизмеримостью численных оценок величин, характеризующих динамику системы;
- связанные с нелинейностью и наличием у системы нескольких состояний равновесия или аттракторов;
- связанные с недостатком или неадекватностью понятийного аппарата и невозможностью отождествления фактов.

С целью понимания того, какие преимущества дают предлагаемые далее новые методы анализа данных и прогнозирования, необходимо указать на три принципиальные проблемы, возникающие при создании систем анализа финансовых рынков и разработке прогнозных моделей.

Первая - это определение необходимых и достаточных параметров для оценки состояния рынка, а также целевых функций, т.е. выбор критериев эффективности действий. Формализация, т.е. моделирование поведения системы, состоящей из разнородных компонентов, требует использования единой метрики для их описания.

Вторая проблема – это проблема размерности. Желание учесть в модели как можно больше показателей и критериев оценки может привести к нереализуемым практически объемам вычислительной сложности. Иными словами, суть этой проблемы сводится к ограничению на быстроедействие и размеры вычислительного комплекса в зависимости от количества информации,

обрабатываемого в единицу времени.

Третья проблема возникает в силу проявления признака надсистемности. Известно, что взаимодействующие системы образуют надсистему - систему более высокого уровня, обладающую собственными (надсистемными) свойствами, которых не имеет ни одна из составляющих систем. Проблема заключается в принципиальной невозможности выявить указанные проявления надсистемного отображения средствами, входящих в состав взаимодействующих систем.

Пришедшие на смену классическим новые подходы к прогнозированию появились именно с целью преодоления некоторых из перечисленных проблем. Эти подходы базируются на применении таких разделов современной математики, как нейрокompьютеры, теория стохастического моделирования (теория хаоса), теория катастроф, синергетика и теория самоорганизующихся систем, включая генетические алгоритмы, теория фракталов и нечеткие логики. Считается, что эти методы позволят увеличить глубину прогноза на финансовых рынках за счет выявления скрытых закономерностей, присущих этим рынкам.

Таким образом, в связи с тем, что в рамках классического подхода не удастся получить существенного улучшения качества прогнозирования курсов ценных бумаг на фондовом рынке, актуальным является совершенствование методик прогноза, сочетая достоинства теории хаоса, клеточных автоматов и теории нечетких множеств.

Степень разработанности проблемы. Большой вклад в исследование фондового рынка внесли зарубежные ученые, особо можно отметить труды У.Ф. Шарпа, Г. Марковитца, Г.Дж. Александера, Дж.В. Бэйли, Б.Вильямса, Р.Колби, Д.Мерфи, Дж. Швагера, а так же труды соотечественников Я.М. Миркина, А.В. Захарова, И.В. Костикова, Б.Б. Рубцова, А.О. Недосекина, Ю.В. Жваколюк, П.П. Кравченко Т.Ю. Сафоновой, Н.И. Червякова и др..

В развитии теоретической прогностики стоит отметить работы И.Бернара, Н. Винера, Д.Ж. Джонстона, Ж.-К.Колли, В.В.Леонтьева,

К.Паррамоу, М. Песарана, О. М.Дж.Кендалла, Ю.Колека, Л.Слейтера и др. История развития продуктивной прикладной прогностики начинается с прогнозов Г.Ландсберга, Л.Фишмана, Дж. Фишера, прогноза Дж.Ф.Дьюхорста, Дж.О.Коппока, П.Л.Йейста, и др.

В бывшем СССР проводились серьезные экономические прогностические исследования. Отметим труды известных советских и российских ученых: А.Г. Аганбегяна, Л.В.Канторовича, С.А. Айвазяна, В.А. Кардаша, В.С. Немчинова, В.В. Новожилова, Н.П. Федоренко, С.С. Шаталина, А.Н. Ширяева, В.А.Буторова, И.Г.Винтизенко, Г.В.Гореловой, А.А.Горчакова, В.Е.Демидова, А.С.Емельянова, Э.Б.Ершова, С.В.Жака, П.С.Завьялова, А.Н.Ильченко, В.И.Калиниченко, В.В.Ковалева, Ф.М.Левшина, Ю.П.Лукашина, В.И.Максименко, Е.Н.Мельниковой, А.В.Морозова, А.Л. Новоселова, Б.В. Рязанова, Е.М.Четыркина и др.

При большом числе серьезных работ, широте исследований, обилии полученных в прогнозировании результатов, все еще находятся разделы прогностической науки, в которых новые методы могут улучшить решение, сделать его универсальным, конструктивным и более точным.

Важно отметить, что последнее десятилетие – это начало активного изучения и переосмысливание вопросов математического моделирования экономических процессов. Пересматриваются законы линейной парадигмы, появляются публикации (Б.М. Фридман, Д.И. Лейсбон, Е.Д. Вейгель, А.Л. Тернер и др.), в которых отмечается, что многие экономические процессы не следуют нормальному закону распределения по причине невыполнения условия независимости наблюдений. Это в свою очередь ставит вопрос о неправомерности применения известных классических методов прогнозирования эволюционных процессов. В контексте экономических теорий появляется экономическая синергетика, как наука, занимающаяся изучением хаоса в поведении экономических процессов. Исследованию этих вопросов посвящены работы как, в основном, зарубежных, так и отечественных авторов: А.Е.Андерсон, Дж.Грендмонт, В.-Б.Занг, Б.Мандельброт,

Э.Петерс, А.И. Пригожин, Э.Сигел, Р.Чен, В.А. Долятовский, С.П. Курдюмов, Г.Г. Малинецкий и др.

Характеризуя степень разработанности новых подходов можно отметить следующее. Существуют уже разработанные системы и методики, использующие аппарат нечетких логик. Оболочки экспертных систем, поддерживающие работу с нечеткими знаниями, такие, например, как Gold Works, Guru, Flex и т.д. Созданы первые в мире электронные таблицы Fuzzi Calc, способные работать с нечеткими данными. Являются предметом промышленного использования и достаточно мощные средства разработки приложений, использующих аппарат нечетких логик, - это пакеты фирмы HyperLogic CubiCalc RTS и CubiCalc 2.0 для Windows.

Уже завоевали признание и нейросетевые технологии. Практика использования нейросетей показала их эффективность в таких областях, как прогнозирование, выявление зависимостей, ситуационное управление. Все это применимо и на финансовых рынках. Этот инструментарий позволяет выявлять и получать новые знания о динамике стоимости ценных бумаг, об изменениях показателей экономической активности и о колебаниях обменного курса валют, включая, государственные облигации. На базе этих знаний можно выявить взаимозависимости, существующие между этими характеристиками, что в свою очередь позволяет существенным образом повысить надежность прогнозирования.

Еще один подход, находящий все большее применение при анализе финансовых рынков, и, особенно, в случае наличия в них быстротекущих процессов базируется на методах теории хаоса, или, в другой терминологии, нелинейной динамики.

Применительно к области финансов на основе теории хаоса впервые был разработан принципиально новый подход к анализу рынка, отличный от "портфельной теории". Этот подход базируется на положении о том, что рынок представляет собой сложную нелинейную систему с обратной связью, а характер группового взаимодействия участников рынка порождает хаотиче-

скую динамику цен вследствие спорадического использования инвесторами информационного потока и, как следствие, возникновение квазистохастических временных интервалов их действия на рынках.

В условиях резкого увеличения требований к масштабам и темпам развития науки и техники для получения эффективных прибылей на российском рынке (в частности на рынке ценных бумаг) становятся актуальными вопросы планирования и принятия решений на основе прогнозирования.

Исследования в этой области обусловлены необходимостью внедрения в практику работы профессиональных участников рынка, методов научного управления, основанного на строгой формализации процедур принятия инвестиционных решений, и необходимостью использования на практике новых инвестиционных технологий. Существенными составными частями таких технологий, используемых в настоящей работе, являются клеточные автоматы, фрактальный анализ и фазовые портреты, позволяющие в явлениях, на первый взгляд случайных, обнаружить порядок и некоторую структуру. Тот факт, что хаотические модели дают хорошее приближение для финансовых временных рядов, говорит о важности изучения поведения финансовых рынков как нелинейных динамических систем и является дополнительным аргументом в пользу применения в задачах прогноза различных методов нелинейной динамики.

Цель и задачи исследования. Целью настоящей диссертационной работы является исследование потенциальной прогнозируемости временных рядов курсов акций на фондовой бирже России на базе новых инструментариев нелинейной динамики, в частности, фрактального анализа, теории клеточных автоматов и фазовых портретов.

В соответствии с целью работы решались следующие задачи:

- анализ и оценка принципиальной возможности использовать некоторые методы нелинейной динамики, в первую очередь фрактального анализа, фазового анализа и клеточных автоматов для предпрогнозного

- анализа и прогнозирования временных рядов котировки акций, для которых использование классических методов является проблематичным;
- оценка предпрогнозных характеристик временных рядов котировки акций российских компаний «Сбербанк», «Ростелеком», «РАОЕЭС», «Сибнефть» и разработка методов предпрогнозного анализа этих рядов на базе их агрегирования с последующим использованием инструментария фрактального анализа;
 - использование и адаптация инструментария фазового анализа для получения предпрогнозных характеристик, выбор подходящего принципа агрегирования и его применение для улучшения предпрогнозных характеристик агрегированных временных рядов;
 - использование клеточно-автоматной прогнозной модели для прогнозирования временных рядов котировки акций и ее адаптация к специфике поведения курсов акций российских компаний;
 - использование комбинированного подхода к построению визуализации и совместному применению результатов фазового анализа и R/S-анализа временных рядов с целью получения дополнительной информации для их прогнозирования.

Объектом исследования является фондовый рынок ценных бумаг, как один из главных финансовых элементов международной экономической системы.

Предметом исследования являются временные ряды такого финансово-экономического показателя, как котировки акций российских компаний на протяжении переходного периода отечественной экономики.

Методология и методы исследования. Теоретическую и методологическую базу исследования составляют научные труды современных российских и зарубежных ученых по методам статистического и фрактального анализа временных рядов, экономической синергетики, теории фазовых портретов и клеточных автоматов, а также работы, посвященные вопросам моделирова-

ния, прогнозирования и содержательной экономической интерпретации прогнозных процессов и результатов.

Информационную базу исследования составили аналитические и статистические материалы Госкомстата России, а также региональной власти и научно-практические публикации по финансово-экономическим вопросам.

Диссертационная работа выполнена в соответствии с пунктом 1.8 «Паспорта специальности 08.00.13 – математические и инструментальные методы экономики»: «Математическое моделирование экономической конъюнктуры, деловой активности, определение трендов, циклов и тенденций развития».

Научная новизна. Научная новизна диссертационного исследования заключается в решении научной задачи – создание целостного теоретического, методологического и инструментального обеспечения для математического моделирования, анализа и прогнозирования экономических временных рядов. Научную новизну содержат следующие положения:

1. Развита методика анализа динамики котировки ценных бумаг с использованием фрактального анализа экономических временных рядов с памятью, адаптировано и апробировано на конкретных временных рядах математическое обеспечение реализации на персональной ЭВМ этого анализа с целью получения предпрогнозной информации, включая ее содержательную интерпретацию.

2. Разработан и апробирован новый метод преобразования временных рядов макроэкономических показателей в соответствующие им временные ряды методом агрегирования, что позволяет снять проблему размерности исследуемого временного ряда и улучшить их предпрогнозные характеристики.

3. На примере временных рядов котировки акций известных российских компаний таких как «Сбербанк», «Ростелеком», «РАО ЕЭС», «Сибнефть» осуществлен фрактальный анализ агрегированных временных рядов на базе алгоритма нормированного размаха и предложена содержательная предпрогнозная их интерпретация.

4. Осуществлено распространение и развитие фазового анализа для выявления предпрогнозной характеристики динамики агрегированных временных рядов котировки акций.

5. Адаптирована и реализована клеточно-автоматная прогнозная модель на базе агрегированных временных рядов котировки акций.

Практическая значимость полученных результатов. Практическая значимость работы определяется тем, что основные положения, выводы, рекомендации, модели, методы и алгоритмы диссертации ориентированы на широкое использование организационно-экономического, методического, алгоритмического обеспечения и инструментальных средств и могут быть использованы финансовыми учреждениями, органами регионального управления, разработчиками информационно-аналитических систем для поддержки принятия управленческих решений на различных уровнях социальной, экономической и административной деятельности.

Предложенные методы, алгоритмы, модели и программы апробированы на реальных экономических временных рядах и оправдали себя. Их корректность и адекватность подтверждаются расчетами на конкретных данных котировки акций российских компаний: «Сбербанк», «Ростелеком», «РАО ЕЭС» и «Сибнефть».

Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается применением: системного анализа, математических и инструментальных методов экономики, включая статистику, прогностику и методы агрегирования; построением информационных моделей, включая проверенные практикой методы экспертных систем; известных методов теории нечетких множеств и теории клеточных автоматов; построением экономико-математических моделей, реализующих методы анализа и прогнозирования на базе современных информационных технологий; наглядной визуализацией результатов моделирования, анализа и прогнозирования; документальным характером использованных данных по объектам приложений разработанных моделей и методов.

На защиту выносятся следующие основные положения:

1. Концепция предпрогнозного исследования экономических временных рядов с памятью, реализуемая на базе инструментария фрактального анализа и теории нечетких множеств.
2. Адаптация методов предпрогнозного анализа временных рядов котировки акций на базе их агрегирования и методов фрактального анализа.
3. Предпрогнозный анализ временных рядов котировки акций на базе фазовых портретов и агрегирования этих рядов.
4. Адаптация известной клеточно-автоматной прогнозной модели для прогнозирования временных рядов котировки акций.
5. Комбинированный подход к построению, визуализации и совместному использованию фазовых портретов и R/S- анализа временных рядов для получения дополнительной прогнозной информации.

Апробация и внедрение результатов исследования. Результаты исследования и его положения докладывались и получили положительную оценку на следующих конференциях и симпозиумах, проводимых различными академическими учреждениями и высшими учебными заведениями России:

- на VII Всероссийском симпозиуме «Математическое моделирование и компьютерные технологии» (Кисловодск, 2005);

- на XIII Международной научно-практической конференции «Математика. Экономика. Образование» (Ростов-на-Дону, 2005);

- на VI Международной научно-практической конференции «Математическое моделирование в образовании, науке и производстве» (Тирасполь, 2005);

- на II Международной конференции «Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики и физики» (Нальчик, 2001);

- на I Региональной научно-практической конференции «Теория и практика экономических реформ: Проблемы и перспективы» (Черкесск, 1998);

- на II Региональной научно-практической конференции «Региональная экономика, управление и право» (Черкесск, 1999).

Результаты исследования, отдельные положения и рекомендации получили принципиальное одобрение Министерства экономики КЧР. Отдельные рекомендации, вытекающие из диссертации, приняты к внедрению в акционерном коммерческом банке «Кавказ-Гелиос». Разработанные модели фрактального анализа и прогнозирования включены в лекционный материал дисциплины «Экономическая кибернетика» для студентов специальности «Прикладная математика» Карачаево-Черкесской государственной технологической академии.

Публикации. Основные результаты диссертации были опубликованы в 10 печатных работах общим объемом 3,38 п.л., в которых автору в совокупности принадлежит 2,9 п.л.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка использованной литературы и приложений.

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования, сформулирована цель и задачи работы, описана структура и дан краткий обзор работы, изложены основные научные результаты, выносимые на защиту.

Основные результаты, полученные в ходе исследований можно представить в виде следующего перечня:

1. Проведен анализ основных принципов существующих подходов к прогнозированию временных рядов, осуществлено обоснование факта ограниченной применимости классических методов прогнозирования для экономических временных рядов с памятью.

2. Сформулирована и развита авторская концепция агрегирования экономических временных рядов для получения предпрогнозной информации методами нелинейной динамики и теории хаоса, в частности, фрактального анализа временных рядов, базирующейся на выявлении таких фундаментальных характеристик, как глубина памяти, наличие свойства персистентности и

наличия (или отсутствия) свойства трендоустойчивости.

3. Выполнен предпрогнозный анализ временных рядов котировки акций на базе фазовых портретов и агрегирования этих рядов, в результате чего выявлена эффективность использования процедуры агрегирования.

4. Осуществлена адаптация вычислительной схемы этапов известной клеточно-автоматной прогнозной модели для прогнозирования временных рядов котировки акций.

5. Для получения дополнительной прогнозной информации предложено совместное использование R/S-анализа, клеточно-автоматной прогнозной модели и фазовых портретов.

Глава 1 АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ПРИНЦИПОВ СУЩЕСТВУЮЩИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

1.1 Неопределенность котировки акций и проблема ее прогнозирования

Теория эффективности рынка [78,97] утверждает, что в рыночной цене бумаг верно и почти без задержки отражается вся известная информация и все ожидания участников рынка. Согласно этой теории, постоянно обыгрывать рынок невозможно, потому что поступление новой информации носит случайный характер, а реакция рынка на нее почти мгновенна. Следовательно, в любой момент времени все бумаги оценены рынком совершенно точно. Поэтому, как гласит теория, бумаги не могут быть переоценены или недооценены достаточно долго для того, чтобы можно было извлечь из этого прибыль.

Целью настоящей диссертационной работы является исследование потенциальной прогнозируемости временных рядов курсов акций на фондовой бирже России на базе новых инструментариев нелинейной динамики, в частности, фрактального анализа, теории клеточных автоматов и фазовых портретов.

Технический анализ [91,140] почти целиком основан на анализе цены и объема. Приведем список полей, определяющих цену бумаг и объем торгов: *цена открытия* (open) – цена первой сделки данного периода, *максимум* (high) – наибольшая цена бумаги за данный период, *минимум* (low): наименьшая цена бумаги за данный период, *цена закрытия* (close): последняя цена бумаги за данный период, *объем* (volume) – количество акций (или контрактов), по которым были заключены сделки за данный период и др. Следует отметить, что взаимосвязь между ценами и объемом (например, рост цен на фоне возрастающего объема) имеет большое аналитическое значение.

В настоящее время известно множество технических средств и методов для преобразования финансовых данных в информацию, используемую в процессе принятия решений. Развитие математического аппарата происходи-

ло параллельно с эволюцией соответствующих научных дисциплин, таких как статистика, исследование операций и вычислительная техника. Любая компьютерная система статистических расчетов дает представление о разнообразии средств, имеющихся в распоряжении финансовых аналитиков. Подобные программы делают современные вычислительные методы и сложные прогностические модели широкодоступными. Но, несмотря на растущую сложность статистических методов, даже простой статистический анализ и построение нескольких графиков уже значительно способствуют процессу преобразования данных в полезную информацию, позволяя, по крайней мере, подготовить почву для более тщательного анализа.

Недостатком статистических методов является то, что они не позволяют сократить количество данных. Сокращение количества данных путем категоризации или группировки их сходных элементов называется кластеризацией данных. Группировка данных путем кластеризации является наиболее универсальной, поскольку людям свойственно упорядочивать информацию аналогичным образом. Одним из мотивов для использования кластеризации является стремление автоматизировать построение категорий. Кластерный анализ можно использовать в случаях, когда необходима группировка тех или иных образов (изображений предприятий в виде наборов финансово-экономических показателей), о взаимосвязях между которыми заранее не существует ясного представления. С помощью кластерного анализа исходные данные можно объединять в различные группы и подгруппы. Основные методы кластеризации можно разделить на два основных типа: иерархические и неиерархические.

Наиболее популярными методами являются такие многомерные статистические методы, как дискриминантный анализ и логистическая регрессия. Общим в этих методах является то, что все они имеют целью получение некоторой оценки, которую можно было бы легко интерпретировать как показатель платежеспособности компании. Разные компании могут обладать различной финансовой структурой и одновременно иметь при этом одинаковые

значения показателя платежеспособности. Поэтому однозначно определить финансовые признаки, характеризующие компанию или стоящие перед ней проблемы, на основании одного только показателя платежеспособности нельзя. С математической точки зрения все методы визуального представления сложных многомерных данных призваны снизить их размерность, т.е. сжать массивы финансово-экономических параметров предприятий с минимальной потерей информации. Иными словами, нужно определить наименьшее число переменных, которые являлись бы функциями исходных данных, с целью повышения их содержательности. При наличии ограничения, согласно которому новые переменные должны представлять собой линейные комбинации старых, для решения подобной задачи часто используется метод главных компонент [57], реализуемый с помощью компьютерных программ, при этом метод главных компонент нельзя рекомендовать в качестве приемлемого метода сжатия массивов финансово-экономических параметров предприятий. Попытки точного описания модели стоимости пакетов ценных бумаг ведут к получению системы нелинейных уравнений большой размерности, в которых отдельные компоненты стоимости сложным образом зависят от большого числа переменных.

Методы, основанные на использовании микроимитационных моделей [141] настолько хорошо применимы к решению задач прогнозирования финансово-экономического состояния предприятий, что заслуживают отдельного рассмотрения. Микроимитационные модели относятся к группе аналитических вычислительных моделей, которые могут оперировать с отчетными данными по предприятиям (данными микроуровня). Модели этого класса получили в последнее время широкое распространение в качестве инструмента анализа возможных последствий решений по управлению предприятиями или компаниями. Растущая популярность этих моделей наблюдается не только в развитых странах, но и во всем мире. В России микроимитационные модели пока не получили широкого распространения. В значительной мере это объясняется высокими требованиями микроимитацион-

ного моделирования к качеству и количеству исходных данных, которые для отечественных эмитентов собрать достаточно сложно. Именно поэтому в настоящее время для решения задач прогнозирования следует отдать предпочтение алгоритмам адаптивных нейронных сетей, менее критичным к качеству исходных данных. Однако по мере того, как растет информационная прозрачность эмитентов, и данные о предприятиях становятся более доступными, а также по мере развития компьютеризации, эффективное использование подобных моделей в России может стать более реальной задачей. Для подготовки рекомендаций по управлению пакетом акций необходимо знать не только то, каких дополнительных поступлений в настоящем можно ожидать в связи с принятием того или иного решения, но и то, каким образом это решение повлияет на динамику развития эмитента в будущем.

Микроимитационная модель является хорошим средством оценки ожидаемых дивидендных поступлений и динамики развития предприятия. Используя данные микроуровня, т.е. данные об экономическом субъекте, эти модели показывают, как скажется принятие того или иного управленческого решения на доходности ценных бумаг. При использовании данных моделей для прогнозирования строится экстраполяция имеющихся данных на будущее и рассчитывается ожидаемая доходность по этой новой выборке. Статические модели чаще всего используются для имитации возможных краткосрочных последствий конкретных управленческих решений в виде увеличения или уменьшения денежных потоков. Динамические модели используются, главным образом, для имитации долгосрочных последствий в виде изменения финансово-экономического положения предприятия. Главное различие между этими подходами заключается в том, что статические модели исходят из предположения, что поведение предприятия (относительно сферы деятельности и качественных экономических параметров) в результате управленческих решений не изменится. Динамические микроимитационные модели отражают реакцию экономических субъектов на решения акционеров, т.е. изменение финансовых параметров в ответ на из-

менение структуры распределения прибыли. Если в статическую модель ввести предположения о том, как изменится поведение предприятия в ответ на принятие тех или иных управленческих решений, модель превратится в динамическую.

В стандартной микроимитационной модели содержится три основные компоненты:

- база данных микроэкономического уровня данных по выборке экономических;
- программа экономических расчетов, которая может быть дополнена также блоком «поведенческих реакций» предприятий в ответ на решения акционеров;
- программа представления результатов, которая формирует и выводит на экран или на печать итоговые таблицы.

1.2 Анализ и классификация традиционных подходов к прогнозированию временных рядов котировки акций

В последние годы в эконометрической литературе большое внимание уделяется исследованию временных рядов динамики экономических показателей. В практике построения эконометрических моделей основное внимание уделяется проблемам идентификации моделей, отбору эндогенных и экзогенных показателей, но почти не обращается внимания на формальный анализ структуры исходных статистических временных рядов.

Предложенная в [30] классификация методов прогнозирования разбивает наиболее известные из этих методов на следующие группы:

1. Методы, основанные на построении многофакторных корреляционно-регрессионных моделей.
2. Методы авторегрессии, учитывающие взаимосвязь членов временного ряда.

3. Методы, основанные на разложении временного ряда на компоненты: тренд, сезонные колебания, циклическая компонента и случайная составляющая.

4. Методы, позволяющие учесть неравнозначность исходных данных.

5. Методы прямой интерполяции, использующие разные трендовые модели.

К настоящему времени из перечисленных выше групп методов прогнозирования наибольшее распространение и применение в реальных расчетах получили методы третьей группы. Чаще всего в реальном экономико-математическом моделировании основное внимание уделяется анализу трендов и сезонности. При этом построение прогнозной модели рассматриваемого ВР реализуется через преобразование его в базовую модель временного ряда. Точно так же каждый элемент, т.е. каждое число в этой базовой модели временного ряда получается путем перемножения пяти компонент:

«Данные = тренд × сезонность × цикличность × регулярность × событийность».

Содержательное определение этих пяти компонент в случае экономического прогнозирования состоит в следующем [39,124]:

1. Долгосрочный тренд (тенденция) указывает действительно долгосрочное поведение временного ряда, как правило, в виде прямой, или экспоненциальной, реже, степенной кривой. Это бывает полезно в случае, если требуется увидеть картину в целом.

2. Точно повторяющаяся сезонная компонента определяет влияние времени года. Каждый период времени в течение года характеризуется своим сезонным индексом, который свидетельствует о том, насколько выше или ниже соответствующий показатель в данный период времени по сравнению с другими периодами.

3. Среднесрочная циклическая компонента состоит из последовательных повышений и понижений, которые не повторяются регулярно, например каждый год и поэтому исключаются из сезонной компоненты. Поскольку эти повышения и понижения чередуются, их нельзя считать достаточно случай-

ными и рассматривать как часть независимой случайной ошибки (нерегулярной компоненты). Циклическую вариацию особенно трудно прогнозировать за пределами ближайшего будущего. Тем не менее, она может быть очень важна, поскольку основные явления экономического цикла (такие, как экономический спад) рассматриваются как часть циклической вариации в экономических показателях.

4. Краткосрочная нерегулярная (случайная) компонента представляет остаточную вариацию, которую невозможно объяснить. В нем проявляется действие тех однократных событий, которые происходят с течением времени случайно, а не систематически. Самое большое, что можно сделать с этой нерегулярной компонентой, оценить ее величину, воспользовавшись, например, стандартным отклонением, определить, меняется ли она с течением времени, и признать, что даже в идеальных условиях прогноз не может быть точнее (в среднем), чем типичная величина нерегулярной вариации.

5. Событийная компонента или кратко «событийная составляющая» (unusual events) имеет место в динамике таких временных рядов, на уровне которых каким-либо образом повлияло текущее событие глобального или локального характера.

Эти пять базовых компонент временного ряда (тренд, сезонность, циклическость, случайная и событийная компоненты) можно оценивать различными способами. Ниже приведен краткий обзор методов, которые базируются на скользящей средней. В основе этих методов [39,124] происходит деление элементов ряда на значения ординат скользящей средней (ее подробное определение см. в [122,131]) следующим образом.

1. Скользящая средняя используемая для устранения сезонных эффектов усреднения по всему году, а также для уменьшения нерегулярной компоненты и получения комбинации тренда и циклической компоненты.

2. Деление элементов исходного ряда на значения соответствующих ординат сглаженного ряда скользящей средней, дающее «отношение к скользящей средней», которое представляет нам сезонные, так и нерегулярные

значения. Выполняя группирование по сезонным периодам, например, по времени года, а затем усреднение в полученных группах, находим сезонный индекс для каждого времени года. Выполняя деление каждого значения ряда на соответствующий сезонный индекс для соответствующего времени года, находим значения с сезонной поправкой.

3. Регрессия ряда [77,114] с сезонной поправкой (Y) по времени (X) служащая для оценивания долгосрочного тренда [74] в виде прямой линии как функции от времени, т.е. эта переменная времени X может состоять из чисел 1,2,3,... . Этот тренд (тенденция) не отражает сезонных колебаний и дает возможность получить прогноз с сезонной поправкой.

4. Прогнозирование, выполняемое с учетом сезонности тренда. Получая из уравнения регрессии прогнозируемые значения (тренд) для будущих периодов времени и затем, умножая их на соответствующий сезонный индекс, можно получать прогнозы, которые отражают как долгосрочную тенденцию, так и сезонное поведение.

Анализ публикаций, посвященных методам и моделям прогнозирования, позволяет утверждать о существовании большого количества классификационных схем методов прогнозирования [41,60,92,95,118]. Однако большинство из них или неприемлемы, или обладают недостаточной познавательной ценностью. Основной погрешностью существующих классификационных схем является нарушение принципов классификации. К числу основных таких принципов, относятся: достаточная полнота охвата прогностических методов, единство классификационного признака на каждом уровне членения при многоуровневой классификации, непересекаемость разделов классификации, открытость классификационной схемы, т.е. возможность дополнения новыми методами.

Предлагаемая в работе [118] многоуровневая классификация методов прогнозирования вполне сохраняет свою адекватность в настоящее время. Каждый уровень определяется своим классификационным признаком: степенью формализации, общим принципом действия, способом получения про-

гнозной информации.

Согласно этой классификации все методы прогнозирования по степени формализации делятся на интуитивные и формализованные. Интуитивное прогнозирование применяется тогда, когда объект прогнозирования либо слишком прост, либо настолько сложен, что аналитически учесть влияние многих факторов практически невозможно. В этих случаях прибегают к опросу экспертов. Полученные индивидуальные и коллективные экспертные оценки используют как конечные прогнозы или в качестве исходных данных в комплексных системах прогнозирования.

В выборе методов прогнозирования, важным показателем является глубина упреждения прогноза. При этом необходимо не только знать абсолютную величину этого показателя, но и отнести его к длительности эволюционного цикла развития объекта прогнозирования.

Формализованные методы прогнозирования являются действенными, если величина глубины упреждения укладывается в рамки эволюционного цикла. При возникновении в рамках прогнозного периода «скачка» в развитии объекта прогнозирования необходимо использовать интуитивные методы как для определения силы «скачка», так и для оценки времени его осуществления. В этом случае формализованные методы применяются для оценки эволюционных участков развития до и после скачка. Если же в прогножном периоде укладывается несколько эволюционных циклов развития объекта прогнозирования, то при комплексировании систем прогнозирования большее значение имеют интуитивные методы.

В зависимости от общих принципов действия интуитивные методы прогнозирования, например, можно разделить на две группы: индивидуальные экспертные оценки и коллективные экспертные оценки.

Методы коллективных экспертных оценок уже можно отнести к комплексным системам прогнозирования (обычно неполным), поскольку в последних сочетаются методы индивидуальных экспертных оценок и статистические методы обработки этих оценок. Но так как статистические методы

применяются во вспомогательных процедурах выработки прогнозной информации, на наш взгляд, коллективные экспертные оценки целесообразнее отнести к сингулярным методам прогнозирования.

В группу индивидуальных экспертных оценок можно включить (принцип классификации - способ получения прогнозной информации) следующие методы: метод «интервью», аналитические докладные записки, метод сценариев. В группу коллективных экспертных оценок входят анкетирование, методы «комиссий», «мозговых атак» (коллективной генерации идей).

Класс формализованных методов в зависимости от общих принципов действия можно разделить на группы экстраполяционных, системно-структурных, ассоциативных методов и методов опережающей информации.

В группу методов прогнозной экстраполяции можно включить методы наименьших квадратов, экспоненциального сглаживания, вероятностного моделирования и адаптивного сглаживания. К группе системно-структурных методов – можно отнести методы функционально-иерархического моделирования, морфологического анализа, матричный, сетевого моделирования, структурной аналогии.

Ассоциативные методы можно разделить на методы имитационного моделирования и историко-логического анализа. В группу методов опережающей информации – включаются методы анализа потоков публикаций, оценки значимости изобретений и анализа патентной информации.

Представленный перечень методов и их групп не является исчерпывающим. Нижние уровни классификации, открыты для внесения новых элементов, которые могут появиться в процессе дальнейшего развития инструментария прогностики [118,135].

В литературе, посвященной моделям прогнозирования, содержится утверждение о существовании двух параллельных направлений в этой теории [8,10,143,145]. Объекты первого из этих направлений имеют социально-экономическое содержание. Объектами второго направления являются слож-

ные системы техногенного происхождения из различных областей жизнедеятельности.

Авторы книги [52] известные методы прогнозирования технического состояния рассматривают в составе следующих 5 основных групп:

- 1) эвристические методы прогнозирования;
- 2) математические методы прогнозирования;
- 3) математические методы пространственной экстраполяции;
- 4) методы моделирования процессов развития;
- 5) логические и структурные методы искусственного интеллекта (ИИ).

Математические методы временной экстраполяции можно условно разделить на три группы:

- методы аналитического прогнозирования;
- методы вероятностного прогнозирования;
- методы статистической классификации.

К числу методов аналитического прогнозирования многомерных процессов относится градиентный метод, в рамках которого функция состояния экстраполируется в направлении вектора функции состояния [119]. Существует ряд методов аналитического прогнозирования, учитывающих производные изменений функции состояния. К числу таких методов относят операторный метод, метод суммирования производных и т.д.

Необходимость вероятностного прогнозирования многомерных процессов определяется сильным влиянием внешних и внутренних факторов, имеющих случайный характер. Преобладание случайной составляющей при измерениях приводит к большим случайным изменениям функций состояний. К методам вероятностного прогнозирования относится метод статистического градиента. При этом закономерность движения функции состояния к допустимым границам оценивается статистически.

К методам вероятностного прогнозирования относится метод гипотез и фильтрации. Он состоит в том, что вводится гипотеза о том или ином пове-

дении функции состояния, а затем все результаты контроля и прогнозирования, не удовлетворяющие принятой гипотезе, отфильтровываются.

Наиболее часто для получения непрерывного прогноза используются оптимальные фильтры: фильтр Винера-Хопфа для прогнозирования стационарных процессов и фильтр Калмана для нестационарных процессов [118].

К методам статистической классификации относится метод канонического разложения процесса. Он по своему принципу является промежуточным между методом наименьших квадратов (регрессией) и использованием прогнозирующих фильтров. Основными недостатками данного метода являются невозможность учета скачков и необходимость в представительном объеме априорных статистических оценок.

К общим недостаткам большинства вероятностных методов прогнозирования многомерных процессов можно отнести:

- 1) необходимость наличия представительного объема статистических данных о процессах изменения параметров;
- 2) невозможность учета скачков на участке прогнозирования;
- 3) невозможность обойтись без математического описания процессов изменения параметров.

Методы моделирования процессов развития, т.е. физическое моделирование позволяет воспроизводить функционирование только отдельных элементов и подсистем объекта с сохранением его физической природы. Имитируя предполагаемые воздействия на эти элементы, можно прогнозировать их ТС в интересующих условиях. Данный метод позволяет получить любую недостающую информацию для построения прогнозной модели, однако в ряде случаев физическое моделирование невыполнимо. Как правило, выделяют три метода моделирования: физическое, математическое и имитационное.

При анализе временных рядов с выраженным трендом в течение довольно длительного времени было принято производить оценивание и выделение детерминированного тренда, после чего производить подбор динамической модели (например, ARMA – auto regression moving overage) к ряду,

"очищенному от тренда", т.е. к ряду остатков от соответствующей оцененной регрессионной модели. После введения Боксом и Дженкинсом [114,124] в обиход моделей ARIMA стало возможным приведение рядов к стационарному виду с выраженным трендом и медленным убыванием (оцененной) автокорреляционной функции путем перехода к рядам первых или вторых разностей. Однако, как показали дальнейшие исследования, произвольный выбор одного из этих двух способов приведение ряда к стационарному вовсе не так безобиден, как это казалось поначалу.

Прогнозирование на базе ARIMA-моделей. ARIMA-модели охватывают достаточно широкий спектр временных рядов, а небольшие модификации этих моделей позволяют весьма точно описывать и временные ряды с сезонностью. Начнем исследование проблемы прогнозирования временных рядов с методов, основанных на использовании ARIMA-моделей. Говоря об ARIMA-моделях, будем иметь в виду, что сюда входят частные случаи AR-, MA- и ARMA-модели. Кроме того, будем исходить из того, что уже осуществлен подбор подходящей модели для анализируемого временного ряда, включая идентификацию этой модели. Поэтому в дальнейшем предполагается, что все параметры модели уже оценены.

Будем прогнозировать неизвестное значение x_{t+1} , $l \geq 1$ полагая, что x_t – последнее по времени наблюдение анализируемого временного ряда, имеющееся в нашем распоряжении и обозначим его через x_t^l . Заметим, что хотя x_t^l и x_{t-1}^{l+1} обозначают прогноз одного и того же неизвестного значения x_{t+1} , но вычисляются они по-разному, т.к. являются решениями разных задач.

Ряд x_τ , анализируемый в рамках ARIMA (p,k,q) -модели, представим (при любом $\tau > k$) в виде

$$(1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_p L^p) \cdot \sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^j x_{\tau-1} = \delta_\tau - \theta_1 \delta_{\tau-1} - \dots - \theta_q \delta_{\tau-q}, \quad (1.1)$$

где L - оператор сдвига функции времени на один временной такт назад.

Из соотношения (1.1) можно выразить x_τ для любого $\tau = t - q, \dots, t - 1, t + 1, \dots, t + 1$. Получаем

$$x_\tau = \left(\sum_{j=1}^p \alpha_j L^j \right) x_\tau + \left(1 - \sum_{j=1}^p \alpha_j L^j \right) \cdot \left(\sum_{i=0}^k (-1)^j C_k^i x_{\tau-i} \right) + \left(1 - \sum_{j=1}^q \theta_j L^j \right) \delta_\tau. \quad (1.2)$$

Правые части этих соотношений представляют собой линейные комбинации из $p+k$ предшествующих (по отношению к левой части) значений анализируемого процесса x_τ , дополненные линейными комбинациями текущего и q предшествующих значений случайных остатков δ_τ . Причем коэффициенты, с помощью которых эти линейные комбинации подсчитываются, известны, т.к. выражаются в терминах уже оцененных параметров модели.

Этот факт и дает возможность использовать соотношения (1.2) для построения прогнозных значений анализируемого временного ряда на l тактов времени вперед. Теоретическую базу такого подхода к прогнозированию обеспечивает известный результат, в соответствии с которым наилучшим (в смысле среднеквадратической ошибки) линейным прогнозом в момент времени t с упреждением l является условное математическое ожидание случайной величины x_{t+l} , вычисленное при условии, что все значения x_τ до момента времени t . Этот результат является частным случаем общей теории прогнозирования [60,92,114,124].

Таким образом, определяется следующая процедура построения прогноза по известной до момента траектории временного ряда:

- 1) по формулам (1.2) вычисляются ретроспективные прогнозы $x_{t-q-l}^l, x_{t-q}^l, \dots, x_{t-1}^l$ по предыдущим значениям временного ряда;
- 2) используя формулы (1.2) для $\tau > t$, подсчитываются условные математические ожидания для вычисления прогнозных значений.

Описанная процедура выглядит достаточно сложной. Однако, как мы покажем ниже, при реалистичных значениях параметров p, q и k эта процедура в действительности оказывается весьма простой.

Метод экспоненциального сглаживания. Весьма эффективным и надежным методом прогнозирования является экспоненциальное сглаживание [118,124]. Основные достоинства метода состоят в возможности учета весов

исходной информации, в простоте вычислительных операций, в гибкости описания различных динамик процессов. Метод экспоненциального сглаживания дает возможность получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения. После появления работ Р.Брауна [118] наибольшее применение метод нашел для реализации краткосрочных и среднесрочных прогнозов. Для метода экспоненциального сглаживания основным и наиболее трудным моментом является выбор параметра сглаживания α , начальных условий и степени прогнозирующего полинома [59,60,71,92].

Пусть исходный динамический ряд описывается функцией

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2}{2} t^2 + \dots + \frac{a_p}{p!} t^p + \varepsilon_t. \quad (1.3)$$

Метод экспоненциального сглаживания, являющийся обобщением метода скользящего среднего, позволяет построить такое описание процесса (1.3), при котором более поздним наблюдениям придаются большие веса по сравнению с ранними наблюдениями, причем веса наблюдений убывают по экспоненте. Выражение

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha \sum_{i=0}^n (1-\alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]}(y)$$

называется экспоненциальной средней k -го порядка для ряда y_t , где α - параметр сглаживания.

В расчетах для определения экспоненциальной средней пользуются рекуррентной формулой [71,119]

$$S_t^{[k]}(y) = \alpha S_t^{[k-1]}(y) + (1-\alpha) S_{t-1}^{[k]}(y).$$

Как было отмечено, важную роль в методе экспоненциального сглаживания играет выбор оптимального параметра сглаживания α , так как именно он определяет оценки коэффициентов модели, а следовательно, и результаты прогноза. Выбор параметра α целесообразно связывать с точностью прогноза, поэтому для более обоснованного выбора α можно использовать проце-

дуру обобщенного сглаживания, которая позволяет получить соотношения, связывающие дисперсию прогноза и параметр сглаживания [118,124].

Весьма существенным для практического использования является вопрос о выборе порядка прогнозирующего полинома, что во многом определяет качество прогноза. В работах [118,124] показано, что превышение второго порядка модели не приводит к существенному увеличению точности прогноза, но значительно усложняет процедуру расчета.

Отметим, что данный метод является одним из наиболее надежных и широко применяется в практике прогнозирования. Учитывая, что метод экспоненциального сглаживания является обобщением метода наименьших квадратов, можно надеяться, что он будет совершенствоваться и дальше как в теоретическом, так и в прикладном аспекте. Одно из наиболее перспективных направлений развития данного метода представляет собой метод разностного прогнозирования, в котором само экспоненциальное сглаживание рассматривается как частный случай [118,124]. Главный недостаток этого метода состоит в том, что он рассматривает временные ряды изолированно от других явлений. Кроме того, точность прогноза заметно падает при долгосрочном прогнозировании [118].

Как отмечено ранее, узким местом всех адаптивных методов, и методов экспоненциального сглаживания в частности, является подбор подходящего к данной конкретной задаче параметра сглаживания (адаптации) α . Даже при оптимальном подборе параметра модель Брауна уступает в точности прогноза ARIMA (0,1,1)-модели.

Особо отметим, что в 70-е годы привлекали внимание специалистов в области прогнозирования методы теории распознавания образов и методы группового учета аргументов [92,118,124]. Однако в дальнейшем эти подходы не получили широкого распространения.

Одной из важнейших проблем, возникающих при получении конкретных прогнозов, является оценка исходной информации. При прогнозировании развития сложной системы возникает ситуация, когда поведение систе-

мы может быть описано с помощью многих различных показателей. Реализация прогнозов по всей совокупности этих показателей приводит к необходимости учитывать и взаимосвязи между ними, что подчас бывает весьма затруднительно. Ситуация облегчается, когда для реализации прогнозов используется аппарат распознавания образов и прогнозируются возможные варианты развития сложной системы. В этой связи важной является проблема прогнозного анализа, в рамках которой решается задача определения качества исходной информации, т. е. рассматриваемых показателей, для возможного описания исследуемой системы.

Параллельно фундаментальному анализу в настоящее время развитие получил технический анализ – метод изучения цен, главным инструментом которого служат графики. Своими корнями современный технический анализ уходит в начало века, в теорию Чарльза Доу. Проистекая из нее прямо или косвенно, он вобрал в себя такие принципы и понятия, как направленный характер движения цен, «цены учитывают всю известную информацию», подтверждение и расхождение, объем как зеркало ценовых изменений и поддержка/сопротивление.

Технический анализ [91,140] состоит в изучении прошлых цен с целью определения вероятного направления их развития в будущем. Текущая динамика цен (т.е. текущие ожидания) сравнивается с сопоставимой динамикой цен в прошлом, посредством чего достигается более или менее реалистичный прогноз.



Рисунок 1.1 - График курса акций компании Merck

На рисунке 1.1 представлена явно нисходящая тенденция, без признаков разворота. Хотя компания, возможно, имеет перспективы высокой прибыли и хорошие фундаментальные показатели, покупать ее ценные бумаги нет смысла, пока какие-либо технические признаки в динамике цен не укажут на изменение тенденции.

Независимо от того, какому типу анализа отдает предпочтение трейдер [75,95] – фундаментальному или техническому, при составлении рыночных прогнозов он обращается к понятию "линия тренда" (trendline). Понятие "линия тренда" зачастую трактуется неоднозначно и непоследовательно. Однако следует помнить, что из множества возможных линий тренда истинной является только одна. Разработана эффективная методика выбора двух критических точек, необходимых для построения истинной линии тренда [75]. Графический анализ линий тренда утратил былую субъективность и превратился в чисто механическую процедуру. Появились четкие критерии истинности прорывов линии тренда и возможность легко рассчитывать ценовые ориентиры, что само по себе достаточно для создания полноценных торговых систем. Ценовые разрывы и значительные изменения цен в течение торговой сессии приобрели значимость, о которой раньше приходилось только мечтать. На рисунках 1.2 и 1.3 представлены 2 линии тренда: предложение – нисходящей линией, спрос – восходящей.

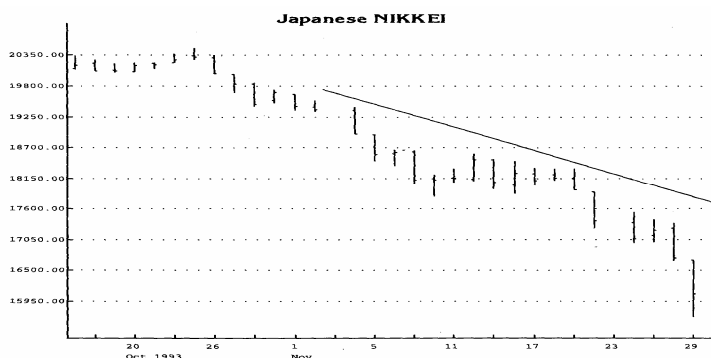


Рисунок 1.2 – График линии тренда (нисходящая)

Можно обратить внимание, что на рисунке 1.2 постепенное снижение цен отражено нисходящей линией "предложения"; ценовые пики и впадины также последовательно снижаются.

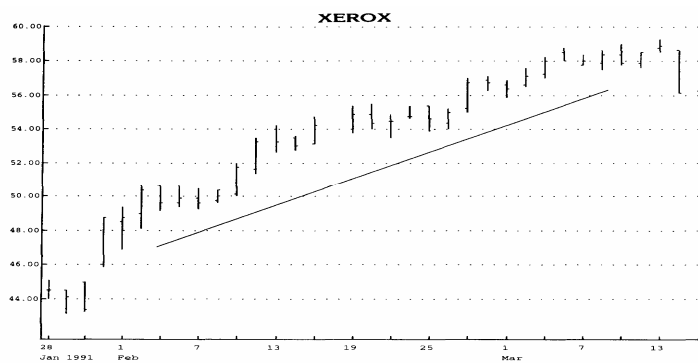


Рисунок 1.3 – График линии тренда (восходящая)

На рисунке 1.3 постепенное повышение цен отражено восходящей линией "спроса"; ценовые пики и впадины также последовательно повышаются. Сложность заключается в выборе особых точек, через которые проходят эти прямые линии (см. рисунок 1.3). Как правило, аналитик привносит изрядную долю субъективизма в построение линий тренда. Так, движение цен на рынке принято рассматривать в ретроспективе – от прошлого к будущему, поэтому и даты на графике перечисляются слева направо. Соответственно линии спроса и предложения строятся и располагаются на графике слева направо. Интуиция подсказывает, что это неверно. Движение цен в настоящий момент гораздо важнее, чем движение рынка в прошлом. Иными словами, стандартные линии тренда должны вычерчиваться справа налево так, чтобы в правой части графика были самые последние данные о состоянии рынка. Поначалу это может показаться необычным, но мой собственный опыт и обширные наблюдения подтверждают целесообразность такого подхода. Не стоит жертвовать точностью и логикой во имя простоты. Общепринятая процедура построения множества линий тренда, из которых одна милостиво полагается верной, также грешит неточностью и полным невниманием к мелким деталям. Между тем успешное применение линий тренда требует от аналитика повышенной внимательности и последовательности.

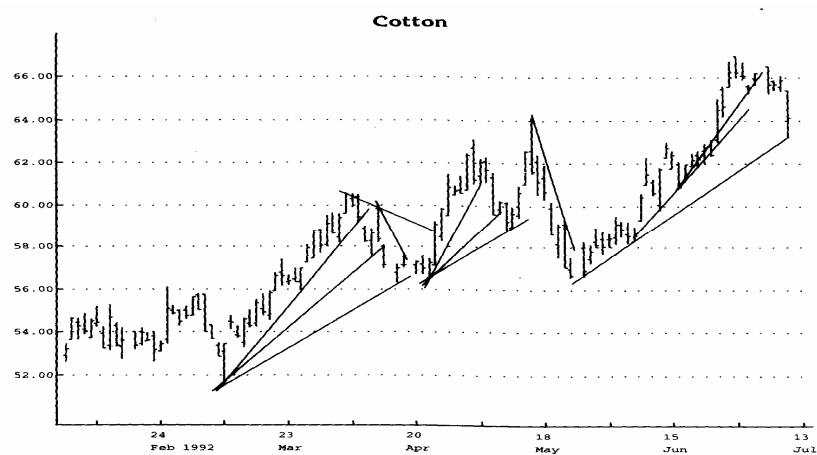


Рисунок 1.4 – График линии тренда

На рисунке 1.4 представлена тенденция в развитии цен можно графически представить различными прямыми линиями. Главным моментом является выбор из множества точек двух ключевых. Именно через них проходит истинная линия тренда.

Нами рассмотрены и проанализированы некоторые методы и алгоритмы прогнозирования, имеющие четкую математическую формализацию и позволяющие нам работать с временными рядами. Отметим, что на практике, кроме рассмотренных методов, для прогнозирования широко используются методы экспертных оценок, теория межотраслевого баланса, методы, основанные на теории игр, вариационного исчисления, спектрального анализа и др. [109,110,104,105,106,107,108,111,112].

Следует отметить, что наиболее общие классические методы, используемые в мире для анализа и прогнозирования финансового состояния предприятий, связаны с применением эконометрических моделей, за каждой переменной которых стоит определенный статистический индикатор, с той или иной точностью измеряющий какую-то сторону хозяйственной деятельности исследуемого объекта. В ряде случаев они позволяют выявить конкретные количественные взаимосвязи экономических процессов, протекающих на предприятиях-эмитентах, с индикативными показателями, доступными для инвесторов. Однако в современных российских условиях использование разработанных на основе западной практики моделей по очевидным причинам

затруднено. Отечественная эконометрика пока не создала широко известных моделей, о достоинствах и недостатках которых можно было бы судить с учетом опыта их использования [34].

Обзор литературы позволил выявить ряд недостатков существующих методов прогнозирования и задач, которые необходимо решить в данной области.

Недостатками метода наименьших квадратов является использование процедуры оценки предполагающей обязательное удовлетворение целого ряда предпосылок, невыполнение которых может привести к значительным ошибкам:

- 1) случайные ошибки имеют нулевую среднюю, конечные дисперсии и ковариации;
- 2) каждое измерение случайной ошибки характеризуется нулевым средним, не зависящим от значений наблюдаемых переменных;
- 3) дисперсии каждой случайной ошибки одинаковы, их величины независимы от значений наблюдаемых переменных (гомоскедастичность);
- 4) отсутствие автокорреляции ошибок, т.е. значения ошибок различных наблюдений независимы друг от друга;
- 5) нормальность, т.е. случайные ошибки имеют нормальное распределение;
- 6) значения эндогенной переменной x свободны от ошибок измерения и имеют конечные средние значения и дисперсии.

Выбор модели в каждом конкретном случае осуществляется по целому ряду статистических критериев, например по дисперсии, корреляционному отношению и др. Классический метод наименьших квадратов предполагает равноценность исходной информации в модели. В реальной же практике будущее поведение процесса значительно в большей степени определяется поздними наблюдениями, чем ранними. Это обстоятельство породило так называемое дисконтирование, т. е. уменьшение ценности более ранней информации.

Важным моментом получения прогноза с помощью метода наименьших квадратов является оценка достоверности полученного результата. Для этой цели используется целый ряд статистических характеристик:

- оценка стандартной ошибки;
- средняя относительная ошибка оценки;
- среднее линейное отклонение;
- корреляционное отношение для оценки надежности модели;
- оценка достоверности выбранной модели через значимость индекса корреляции по Z -критерию Фишера;
- оценка достоверности модели по F -критерий Фишера;
- проверка на наличие автокорреляций по критерию Дарбина - Уотсона.

Недостатки метода наименьших квадратов обусловлены жесткой фиксацией тренда и надежный прогноз при этом можно получить на небольшой период упреждения. Здесь речь идет об ограниченных возможностях методов математической статистики, теории распознавания образов, теории случайных процессов и т.п., так как многие реальные процессы не могут адекватно быть описаны с помощью традиционных статистических моделей, поскольку являются существенно нелинейными и имеют либо хаотическую, либо квазипериодическую, либо смешанную основу.

Одним из методов прогнозирования, применяемых к стационарным ВР является метод экспоненциального сглаживания. Для него основным и наиболее трудным моментом является выбор параметра сглаживания a , начальных условий и степени прогнозирующего полинома. Кроме того, для определения начальных параметров модели остаются актуальными перечисленные недостатки метода наименьших квадратов и проблема автокорреляций.

В процессе прогнозирования имеет место использование вероятностных моделей. Недостатком этих моделей является требование большого количества наблюдений и незнание начального распределения, что может привести к неправильным оценкам.

Недостатком метода адаптивного сглаживания является то, что только при очень длинных рядах можно получить надежный прогноз на интервал больший, чем при обычном экспоненциальном сглаживании. К сожалению, для данного метода нет строгой процедуры оценки необходимой или достаточной длины исходной информации, для конечных рядов нет конкретных условий оценки точности прогноза. Поэтому для конечных рядов существует риск получить весьма приблизительный прогноз, тем более что в большинстве случаев в реальной практике встречаются ряды, содержащие не более 20-30 точек.

Проблемы с методом Бокса - Дженкинса (модели авторегрессии - скользящего среднего) связаны, прежде всего, с неоднородностью временных рядов и практической реализации метода из-за своей сложности.

В целом результаты применения традиционных технологий оценки и прогнозирования финансового состояния компаний, а также реальной стоимости пакетов их ценных бумаг (акции, облигации), которые свободно продаются и покупаются на фондовом рынке, можно назвать ограниченными. Ограниченность этих методов состоит в их зависимости от исходных условий и отсутствии гибкости. Жесткие статистические предположения о свойствах временных рядов ограничивают возможности методов математической статистики, теории распознавания образов, теории случайных процессов и т.п. Они не способны учитывать то, что относительная значимость отдельных показателей финансовой отчетности и определяющих их факторов на практике меняются со временем, подчас очень резко и непредсказуемо. Кроме этого традиционные подходы характеризуются ограниченной информативностью, так как предназначены для описания качественных факторов или закономерностей в количественных терминах. Таким образом, на смену традиционным технологиям должны прийти новые подходы, более эффективные в условиях структурной нестабильности российской экономики [34].

В последнее время все большее внимание уделяется исследованию и прогнозированию финансовых временных рядов с использованием теории

динамических систем, теории хаоса. Это достаточно новая область, которая представляет собой популярный и активно развивающийся раздел математических методов экономики [33,39,113,114,118,119,122,123].

В силу вышеперечисленных недостатков существующих методов прогнозирования возникает необходимость разработки эффективных методов анализа экспериментальных данных и подходов к вычислению стохастических характеристик сигналов в нелинейных динамических системах, а также в разработке усовершенствованной методики, алгоритмов анализа и прогнозирования временных рядов фондовых показателей.

1.3 Современные подходы к прогнозированию котировки акций методами нелинейной динамики

Многие реальные процессы, в том числе и показатели рынка ценных бумаг, не могут адекватно быть описаны с помощью традиционных статистических моделей, т.к. по сути являются существенно нелинейными и имеют либо хаотическую, либо квазипериодическую, либо смешанную (стохастика + хаос-динамика+детерминизм) основу [122]. В данной ситуации адекватным аппаратом для решения задач анализа и прогнозирования рынка ценных бумаг могут служить специальные искусственные сети, реализующиеся на базе искусственного интеллекта. Программно-математической основой этих методов являются самоорганизующиеся нейронные сети (НС) [3,18,42,51,54,120,125].

Нейронная сеть - это совокупность нейронных элементов и связей между ними. Основным элементом нейронной сети – это формальный нейрон, осуществляющий операцию нелинейного преобразования суммы произведе-

ний входных сигналов на весовые коэффициенты $Y = F\left(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i\right) \cdot F(WX)$, где

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор входного сигнала; $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ – весовой вектор;

F – оператор нелинейного преобразования.

В настоящее время методы искусственных сетей уже доказали свою высокую эффективность в области экономики и финансов. Искусственные нейронные сети являются аппаратом из области нейрокомпьютинга (neural computing) быстро развивающейся в последнее время области вычислительных технологий, стимулированной исследованиями мозга. Вычислительные операции в таких сетях выполняются большим числом сравнительно простых процессорных элементов (processing element). Структура сети (network) тождественна математически определенной структуре вычислительной системы, в которой все операции выполняются в определенных узлах, а поток информации отображается направленными ребрами графа. Каждый узел (нейрон) сети представлен процессорным элементом, нейроноподобной ячейкой, которая совместно со многими другими процессорными элементами образует нейронную вычислительную сеть. Аналогом такого узла в физиологической нервной системе является нервная клетка мозга [34].

В общем случае искусственная нейронная сеть представляет собой адаптивную нелинейную динамическую систему. Посредством равновесных состояний такой сети можно решать математические или вычислительные задачи. Нейронные сети представляют собой совокупность математических методов, которые могут быть использованы для обработки информации, прогнозирования и кластеризации. Существует два класса нейронных сетей:

- сети, обучаемые с учителем;
- сети, обучаемые без учителя.

Нейронные сети, обучаемые с учителем, представляют собой средства для извлечения из набора данных информации о взаимосвязях между входами и выходами нейросети. Эти взаимосвязи могут быть переведены в математические уравнения, которые можно использовать для прогнозирования или выработки управленческих решений. «Учителем» в данном случае является набор параметров, который исследователь помещает на выходе сети. На вход сети при этом подается соответствующий данному выходу входной на-

бор данных. Сеть обучается устанавливать взаимоотношения между исходной информацией и результатами адаптивного итерационного процесса [34].

Алгоритм работы сети, обучаемые без учителя, основывается на соревновательном обучении. Алгоритм предполагает такое поведение нейронов сети, что при каждой подаче очередного набора данных на вход они как бы «соревнуются» друг с другом на наилучшее соответствие входному набору по выбранным критериям. В результате соревнования определяется нейрон победитель, после чего структура сети подвергается коррекции. Класс самоорганизующихся нейронных сетей, обучаемых без учителя, обозначается термином адаптивные нейронные сети (АНС). Важным достоинством метода АНС является то, что он представляет собой численный, а не символичный метод обработки данных. Одной из уникальных особенностей АНС является то, что она предоставляет внутренне присущие ей точные и простые механизмы для разделения вычислительной задачи на субъединицы, что позволяет проводить вычисления с высокой степенью параллельности. Обучение без учителя дает возможность обнаруживать во входных наборах данных неизвестные ранее структуры или закономерности, что отражает способность АНС к обобщению (*generalization*) на основе входных примеров. Это свойство позволяет обобщать большие наборы многомерных данных, которыми являются финансово-экономические показатели предприятий, выявлять и демонстрировать содержащиеся в них структуры, а также обнаруживать новые образы и взаимосвязи в таких наборах данных.

В сущности, все нейронные сети являются мощным инструментом прогнозирования. Заложенные в них генетические алгоритмы, эволюционируя естественным путем, позволяют выявить правила и стратегии, преследующие множественные цели. При введении одного или большего числа ограничений можно оптимизировать систему в любом направлении ее развития, что позволяет осуществить направленный прогноз, поэтому нейронные сети могут служить хорошим инструментом для изучения и анализа нелинейности динамики процессов, характеризующихся потоками входных данных.

Первые шаги в области искусственных нейронных сетей сделали в 1943 г. В. Мак-Калох и В. Питс. Они показали, что при помощи пороговых нейронных элементов можно реализовать исчисление любых логических функций [54]. В 1949 г. Хебб предложил правило обучения, которое стало математической основой для обучения ряда нейронных сетей [51]. В 1957-1962 гг. Ф. Розенблатт предложил и исследовал модель нейронной сети, которую он назвал персептроном [120]. В 1959 г. В. Видроу и М. Хофф предложили процедуру обучения для линейного адаптивного элемента - ADALINE. Процедура обучения получила название "дельта правило" [54]. В 80-е годы значительно расширяются исследования в области нейронных сетей. Д. Хопфилд в 1982 г. дал анализ устойчивости нейронных сетей с обратными связями и предложил использовать их для решений задач оптимизации. Т. Кохонен разработал и исследовал самоорганизующиеся нейронные сети. Ряд авторов предложил алгоритм обратного распространения ошибки, который стал мощным средством для обучения многослойных нейронных сетей [51,54,120]. В настоящее время разработано большое число нейросистем, применяемых в различных областях: прогнозировании финансовых показателей, управлении, диагностике в медицине и технике, распознавании образов и т. д. [18,27,31,49,62,68,69]. Для обучения сети используются различные алгоритмы обучения и их модификации [36,38,44,56,82,142]. Авторами [129,139] разработан алгоритм обучения сети, который минимизирует среднеквадратичную ошибку нейронной сети за счет использования адаптивного шага обучения $\alpha(t)$. Предлагается использовать логарифмическую функцию активации для решения задач прогнозирования, которая позволяет получить прогноз значительно точнее. Анализ многослойных нейронных сетей авторов [129,139] и алгоритмов их обучения позволил выявить ряд недостатков и возникающих проблем:

- неопределенность в выборе числа слоев и количества нейронных элементов в слое;

- медленная сходимость градиентного метода с постоянным шагом обучения;
- сложность выбора подходящей скорости обучения;
- невозможность определения точек локального и глобального минимума, так как градиентный метод их не различает;
- влияние случайной инициализации весовых коэффициентов НС на поиск минимума функции среднеквадратической ошибки.

Применение нейронных сетей для обработки финансово-экономических данных предприятий или компаний иногда является недостаточно гибким. Например, в процессе самообучения нейросети не допускается добавление новых нейронов. Сложность использования АНС также обусловлена тем, что размерность плоскости выходных параметров должна быть определена до начала обучения. В таких случаях метод АНС целесообразно дополнить генетическими алгоритмами.

Прогнозирование с использованием инструментария генетических алгоритмов впервые (machine learning) была предложена в 70-е годы [1,9,53,83]. Во второй половине 1980-х к этой идее вернулись в связи с обучением нейронных сетей. Они позволяют решать задачи прогнозирования (в последнее время наиболее широко генетические алгоритмы обучения используются для банковских прогнозов), классификации, поиска оптимальных вариантов, и совершенно незаменимы в тех случаях, когда в обычных условиях решение задачи основано на интуиции или опыте, а не на строгом (в математическом смысле) ее описании. Использование механизмов генетической эволюции для обучения нейронных сетей кажется естественным, поскольку модели нейронных сетей разрабатываются по аналогии с мозгом и реализуют некоторые его особенности, появившиеся в результате биологической эволюции [12,13,37,117].

Важным недостатком генетических алгоритмов является сложность для понимания и программной реализации. Однако преимуществом является эффективность в поиске глобальных минимумов адаптивных рельефов, так как

в них исследуются большие области допустимых значений параметров нейронных сетей. Генетические алгоритмы дают возможность оперировать дискретными значениями параметров нейронных сетей, что может привести к сокращению общего времени обучения.

Инструментарий клеточных автоматов является также современным методом прогнозирования экономических временных рядов, поведение которых не подчиняется законам линейной динамики. Впервые идея клеточных автоматов была предложена Конрадом Цузе и Станиславом Уламом [22] и воплощена практически Джоном фон Нейманом с целью воспроизвести поведение сложных пространственно протяженных систем [22]. Американский математик Дж. Нейман обоснованно полагал, что многие сложные явления, такие, как самовоспроизведение, рост и развитие, морфогенез, турбулентные процессы, которые трудно моделировать с помощью дифференциальных уравнений, удастся описать с помощью клеточных автоматов. Становление теории клеточных автоматов во многом связано с работами Стивена Вольфрама и ряда других авторов, которые взглянули на многие физические теории с алгоритмической точки зрения [25,80]. Изданная под его редакцией антология [26], а также монография [144] дают достаточно полный объем современного состояния теории клеточных автоматов.

Клеточным автоматом (КА) называют сеть из элементов, меняющих свое состояние в дискретные моменты времени в зависимости от состояния самого элемента и его ближайших соседей в предшествующий момент времени [80, 144]. В более общем представлении КА – это определенная динамическая система, состоящая из множества A идентичных, имеющих предел машин или ячеек, которые повторно меняют «цвет» или состояние, следуя заранее определенным правилам, и эти правила одинаково действует по отношению ко всем элементам множества A в дискретном временном отрезке. Клеточные автоматы могут быть одно-, двух- или многомерными (d -мерными, $d \geq 3$) при этом, чаще всего их определение базируется на целочисленных решетках Z^d .

Гипотеза Вольфрама состоит в том, что многие физические, социально-экономические, технические и др. системы и их модели, для которых в настоящее время неизвестно прямого описания, являются вычислительно неприводимыми [80]. Для эволюционных процессов таких систем наблюдается отсутствие характеристического масштаба времени и пространства. Указанное отсутствие восполняется использованием такой характеристики, как самоподобие. В подобной ситуации на базе инструментария клеточных автоматов появляются принципиально новые методы, например, теория самоорганизованной критичности [87,144]. К классическим объектам этой теории, предложенной Пер Баком, Чао Таном и Куртом Висенфельдом [2], относятся сход лавин, биржевые крахи, ряд процессов микроэкономики [87].

В теории клеточных автоматов имеется классификация [24,96], согласно которой все автоматы делятся на четыре класса, в зависимости от типа динамики изменяющихся состояний. Автоматы первого класса по истечении конечного времени достигают однородного состояния, в котором значения всех элементов одинаковы и не меняются со временем. Ко второму классу автоматов относятся системы, приводящие к локализованным структурам стационарных или периодических во времени состояний элементов. Третий класс составляют «блуждающие» автоматы, которые с течением времени посещают произвольным (непериодическим) образом все возможные состояния элементов, не задерживаясь ни в одном из них. И, наконец, четвертый класс составляют «странные» автоматы, характер динамики которых зависит от особенностей начального состояния элементов. К автоматам четвертого типа относится знаменитая игра «Жизнь» Дж.Конвея [80,144].

Инструментарий фазовых портретов является новым методом для прогнозирования экономических временных рядов, в частности рынка ценных бумаг. Отметим на дальнейшее, что в настоящей работе термин «эволюционный процесс» подразумевает определение такого понятия, как «фазовое пространство». Согласно установившимся представлениям, фазовое пространство означает совокупность мгновенных состояний рассматриваемой системы

(экономической, технической, социальной, экологической и т.д.), снабженной определенной структурой в зависимости от рассматриваемых задач и поставленных целей. С математической точки зрения фазовое пространство – это множество с надлежащей структурой, элементы которого (фазовые точки) представляют (условно изображают) состояния системы. Чаще всего не делается различия между состояниями и изображающими их фазовыми точками в силу имеющего место изоморфизма между ними.

При исследовании эволюционного процесса исходной информацией является временной ряд, т.е. упорядоченная последовательность наблюдений за значениями некоторого показателя. При этом число переменных, определяющих поведение процесса, и тип функции, описывающий это поведение, заранее неизвестны.

Пусть эволюционный процесс определяется векторным итерационным уравнением

$$\bar{X}_{t+1} = F(\bar{X}_t), \quad t = 1, 2, \dots \quad (1.4)$$

Здесь \bar{X}_t - это вектор из n компонент, где n может быть очень большим числом и обычно включает много переменных, о которых мы ничего не знаем. Функция F в (1.4) переводит систему из одного момента времени в следующий, вид ее тоже неизвестен. Исследователь наблюдает временной ряд скалярных величин x_t , $t = 1, 2, \dots, T$. Наблюдения генерируются в соответствии с некоторой функцией

$$x_t = h(X_t). \quad (1.5)$$

Будем называть функцию h «функцией наблюдателя». Временной ряд образует траекторию, которая является плотной на аттракторе [52,90,92,93]. Для получения сведений об исходной системе нам нужен некоторый способ, с помощью которого мы сможем возвращаться от наблюдаемой к исследуемой системе. Этот способ осуществляется путем построения фазовой траектории [58,80], или, в другой терминологии, фазового портрета [110] размерности ρ :

$$\Phi_{\rho}(\vec{X}) = \{(x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+\rho-1})\}, \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (1.6)$$

Термины «фазовый портрет» или «фазовая траектория» обычно подразумевают, что соседние точки множества (1.4) для наглядности соединены отрезками прямой или кривой линии. Объективную информацию о характере поведения эволюционного процесса (1.4) можно получить через наблюдения (1.5), опираясь на теорему Таккенса [21]: если система, которая порождает временной ряд, является n - размерной, и обеспечено выполнение неравенства $\rho \geq 2n + 1$, тогда в общем случае фазовые траектории воссоздают динамику исследуемой системы. Этот результат позволяет делать выводы о поведении системы, опираясь на данные наблюдений, и, более того, получать информацию для прогнозирования этого поведения.

Особого внимания заслуживают «кусочно-полиномиальные» подходы к представлению фазовых траекторий. Среди этих подходов наиболее перспективным является использование сплайн функций [46,127]. Отличительная особенность сплайнов заключается в том, что они состоят из отрезков степенного полинома малого порядка (степени). Эти отрезки сходятся в заданных узловых точках процесса (узлах решетчатой функции). Необходимой составной частью такого подхода является «сшивка» кусков сплайн-функции значениями самой функции и значениями ее производных. Такая структура сплайна автоматически собирает его отдельные фрагменты в единый ансамбль. На рисунках 1.6 – 1.8 с иллюстративной целью представлены фазовые инфляционные сплайн-портреты. Они демонстрируют удивительно стабильно сохраняющуюся цикличность, периодичность инфляции в разные годы как стабильного процветания (1975-1988 гг.) экономики США, так и «смутных» времен (1929-1949 гг.).

В англоязычной литературе термин spline-smoothing переводится как «сплайн-сглаживание» и подчеркивает ограниченность применения сплайн-функций – только для построения интерполяционной кривой на дискретном множестве точек (рисунок 1.8). Однако в работе [46] автор показал, что на самом деле сплайны при моделировании, анализе и прогнозе экономики мо-

гут давать гораздо больше. Например, использование сплайн-модели в анализе работы Невинномысского отделения Северо-Кавказского банка России позволило получить необычные результаты и по-новому взглянуть на многие экономические процессы. В процессе моделирования была найдена не очень

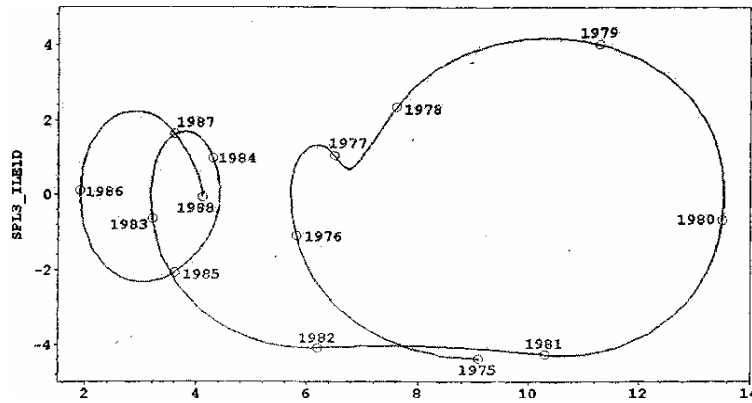


Рисунок 1.5 - Двумерный портрет поведения финансового результата банка (ось абсцисс) и его первой производной (ось ординат)

полезная системная цикличность финансовых потоков в коммерческих банках, которую можно объяснить как следствие имеющегося временного запаздывания со стороны регулирующих воздействий. На рис. 1.5 показан фазовый портрет динамики финансового результата территориального отделения банка в 2002 г. (цифра конца каждого месяца нанесена на кривую), в точке замыкания цикла повторяется не только значение финансового результата, но и значение его первой производной, указывающей перспективу дальнейшего изменения.



Рисунок 1.6 - Фазовый портрет уровня инфляции (ось абсцисс)

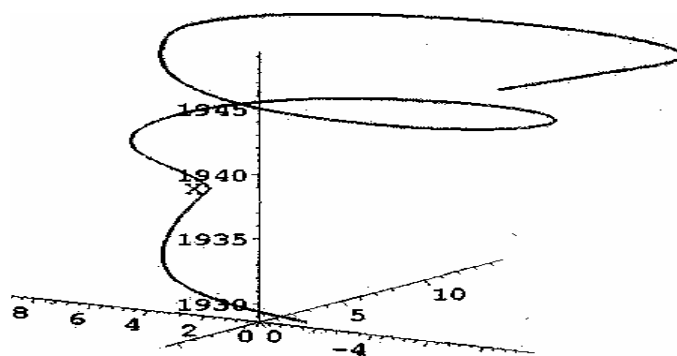


Рисунок 1.7 - Трехмерная фазовая спираль инфляции американской экономики в 1929-1949 гг. и его производной

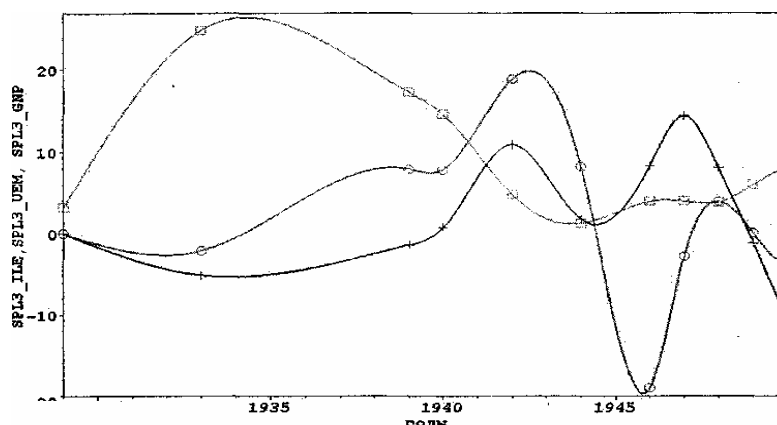


Рисунок 1.8 - Сплайн-представление (классический случай spline-smoothing) динамики уровней инфляции (SPL3_ILE), доли безработных в рабочей силе (SPL3_UEM), изменение реального ВВП (SPL3_GNP)

Таким образом, на сплайн-функциях базируются методы прогнозирования, суть которых заключается в экстраполяции скользяще-средних прогнозных тенденций.

1.4 Выводы к главе 1

Краткий обзор подходов и экономико-математических методов прогнозирования временных рядов позволяет сделать следующий вывод: одного универсального, удовлетворяющего всем требованиям, не обладающего недостатками метода прогнозирования не существует. Каждый подход и каждый метод имеют свои достоинства, недостатки, границы применения. В мировой экономической литературе количество методов прогнозирования ис-

числяется многими десятками. Важно отметить, что эти методы базируются либо на корреляционно-регрессионных моделях, либо на трендах, для представления которых выбирается наиболее подходящие экстраполяционные зависимости.

Огромный опыт математического моделирования динамических (эволюционных) процессов, накопленный в мире за последние десятилетия, неизмеримо расширил и во многом изменил установившиеся представления об адекватности существующих математических моделей сути этих процессов. Стало ясно, что классического арсенала математического моделирования, базирующегося на так называемой линейной парадигме (малые возмущения входных данных системы в малой степени меняют ее траекторию), во многих случаях явно недостаточно для построения адекватных математических моделей. Это обстоятельство обусловило фундаментальный пересмотр прежней линейной концепции и переход на так называемую нелинейную парадигму (*nonlinear science*) в математическом моделировании (малые возмущения входных данных или значений переменных динамической системы могут в катастрофически большой степени изменить ее траекторию в силу сложности самой системы и хаотичности ее поведения). Практическая ценность указанной парадигмы обусловлена тем, что на ее базе удастся более адекватно отражать специфические характеристики иерархичности, конкретной динамики и высокую степень неопределенности, присущие реальным социальным, экономическим, финансовым, физическим и т.п. процессам и системам. Переход на новую концепцию вызвал необходимость создания принципиально новых инструментальных средств математического моделирования, в частности таких, как фрактальная геометрия, фрактальный анализ, методы детерминированного хаоса и др. В силу этого обстоятельства для построения прогнозной модели предложен новый подход, который базируется на использовании инструментарий линейных клеточных автоматов и математического аппарата нечетких множеств.

Глава 2 ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИСХОДНЫХ И АГРЕГИРОВАННЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ

2.1 Фрактальная статистика в экономико-математическом моделировании

Современная экономика вступила в новый цикл своего развития. Это связано с глобализацией макроэкономики, её усложнением, а также с вторжением в науку «математических методов нелинейной динамики» [67,110]. Важнейшей причиной ее появления является также рождение новейших компьютерных технологий, которые дают возможность исследовать сложные явления и процессы путем визуализации на экране дисплея.

Практика показала, что в современных условиях, к примеру, для российской экономики с её упадком и финансовыми кризисами, классические экономическая теория и статистика, построенные на линейных равновесных моделях [110], оказались малопродуктивными или, более того, неадекватными. Это и неудивительно, поскольку переход от социалистического планового хозяйства к свободной рыночной экономике является крупным, можно сказать «бифуркационным» [67] поворотом, влекущим за собой необозримую совокупность «нелинейностей». Именно понятие бифуркации является ключевым понятием нелинейной науки («nonlinear science», как ее называют в англоязычной литературе). По существу, это математический образ «перехода количественных изменений в качественные». Таким образом, о чем говорили философы от диалектиков античного мира до Гегеля и Маркса, нашло точное и конкретное воплощение в нелинейной динамике [87].

Зарождение новой парадигмы [98,110], включающей в себя новую фрактальную статистику, было предопределено временем, развитием науки и экономических процессов. Вплоть до 90-х годов XX века при использовании инструментария классической статистики в экономико-математическом моделировании доминировала линейная парадигма. Согласно этой парадигме каждое воздействие на начальные условия вызывает пропорциональную реакцию получаемого результата. Однако рынки редко бывают столь устойчи-

выми и на незначительные возмущения могут реагировать нелинейно. Весьма часто возникает бифуркационная [80] или, в другой терминологии экспоненциальная суперреакция [67] на воздействие – это и представляет собой еще одну трактовку сущности нелинейности. Поэтому, в отношении целого ряда реальных экономических процессов классические линейные методы статистики являются неадекватными. Эти методы моделируют рынок, исходя из теории равновесия [110], и, порой, игнорируют время. Иными словами, использование линейных методов предполагает, что рассматриваемые эволюционные процессы не обладают памятью о прошлом или имеют очень ограниченную память [110], что не соответствует сути реальных экономических процессов.

В течение последней трети XX века тысячи исследователей, работающих над проблемами физики и распознавания образов, экономики и гидродинамики, а также в десятках других областей направляли свои усилия на обнаружение общих черт в нелинейных процессах, протекающих в рассматриваемых открытых системах. В конечном счете это привело к построению нового междисциплинарного подхода, получившего название «синергетика» [67,80]. Ключевой концепцией синергетики является концепция «параметров порядка», т.е. нескольких основных ключевых переменных, которые определяют, «подчиняют» все остальные степени свободы системы. Математическое моделирование многих и многих течений и систем, возникающих в экологии, экономике, химической технологии, и т.д., показало, что их поведение действительно определяется конечным числом параметров порядка, иными словами, из практически бесконечного, трудно обозримого множества значений наблюдаемых функций и состояний можно совершить переход к конечному, а иногда небольшому числу переменных (параметров).

В контексте экономико-математического моделирования уже можно говорить о самостоятельном научном направлении «экономической синергетики». Последняя источники сложности экономической эволюции находит в неустойчивости и нелинейности более, нежели в устойчивости или же ли-

нейности, как это свойственно традиционной теории экономической динамики. Особо отметим то, что экономическая синергетика во главу угла ставит концепцию хаоса, т.е. тот факт, что хаос лежит в природе любой эволюционной экономической системы. Это означает, что точные экономические предсказания – вещь почти невозможная. В историческом контексте отметим, что упор на неустойчивость (вытекающую из нелинейности), можно обнаружить в трудах Маркса, Кейнса, Шумпетера и других «ранних» экономистов. Особо также отметим, что экономическая синергетика может сыграть существенную отрицательную роль в развитии эконометрики, которая полностью базируется на классической инструментальной математической статистике. Представляется также, что воздействие концепции хаоса может отрицательно сказаться не только на эконометрике, но и на всей экономической науке в целом. Задача современной экономической теории состоит не только в том, чтобы описать и объяснить экономические явления в историческом аспекте, но и в том, чтобы создать базис для аргументированных экономических прогнозов. В этом контексте факт присутствия хаоса может приводить к ошибкам в случае использования традиционного инструментария математической статистики.

Синонимом термина «нелинейная динамика» является ее более раннее название «теория хаоса» [122,145]. По отношению к динамике социально-экономических систем и процессов теория хаоса не только объясняет бифуркационные явления (большие падения или большие выбросы), но прямо говорит нам, что их невозможно предсказать. По этой причине многие рыночные технические аналитики обоснованно предположили, что распознать в хаотическом движении новые закономерности им поможет фрактальная геометрия [80,110,122,134]. Уже достигнуто понимание того, что сложность окружающей нас природы тесно связана с этой геометрией. Природа не есть ряд повторяющихся закономерностей, но в противоположность тому характеризуется локальной случайностью и глобальным порядком. Фракталы в реальном мире обусловлены глобальными статистическими структурами, од-

новременно порождающими локальные случайности, т.е. хаос и порядок сосуществуют. Для рыночного экономического анализа это имеет далеко идущие последствия.

Не существует абсолютно точного определения фрактала. Одно из известных определений представляет фрактал как некое самоподобие, т.е. фрактал – это структура, состоящая из частей, которые в каком-то смысле подобны целому. Второе из известных определений представляет фрактал как множество точек, размерность Хаусфорда – Безиковича [122,134] которого строго больше его топологической размерности. Последняя всегда равна целому числу (для точки – это 0, для прямой – 1, для плоскости – 2, для пространства – 3), в то время как фрактал имеет дробную (фрактальную) размерность [110,122,145]. Вполне возможно, что определение термина фрактал никогда не будет найдено, ибо фрактальная геометрия есть геометрия природы. Дефиниция фрактала стоит в одном ряду с дефиницией природы.

В статистическом смысле фрактал есть аттрактор (предельное множество) порождающего правила. Это правило реализуется на каждом шаге как игра хаоса: порождающая процедура не знает, по какому направлению она движется до того, как завершится реализация предыдущего шага. Предсказать это направление невозможно, но, получив информацию, процесс направляется внутренним детерминистическим правилом. При этом количество возможностей бесконечно. Таким образом, аттрактор, образно говоря, представляет собой бесконечное количество возможных решений, т.е. реализаций. При этом важно отметить, что положение каждой его точки зависит от того, где расположилась точка предыдущая. В действительности место каждой точки зависит от положения всех предыдущих. Последнее утверждение означает, что временной ряд, представляющий процесс порождения аттрактора, обладает долговременной памятью [110].

Вернемся к вопросу о том, действительно ли существует необходимость использования новой (фрактальной) статистики в экономико-математическом моделировании эволюционных процессов и систем. Отме-

тим, что классическая статистика базируется на *центральной предельной теореме* (или Законе больших чисел), которая утверждает, что по мере проведения все большего числа наблюдений, предельное распределение случайных значений будет нормальным распределением. Последнее означает, что события должны быть независимыми, т.е. не должны влиять друг на друга, и при этом все они должны иметь одинаковую вероятность наступления. Долгое время предполагалось, что поведение большинства реальных социально-экономических систем подчиняется нормальному или «почти нормальному» закону.

К началу 90-х годов прошлого столетия фактически отпали сомнения в том, что рынки капитала не подчиняются нормальному закону. Вместе с этим появилось осознание того, что для адекватного моделирования этих рынков нужен инструментарий новой статистики, отличный от стандартной.

К указанному времени многие исследователи пришли к уверенности в том, что подходящий инструментарий новой статистики уже существует в виде непараметрической методологии, которая была открыта Х.Е. Херстом – знаменитым британским гидрологом. В 1951 г. он опубликовал работу, озаглавленную «Долгосрочная вместимость водохранилища». На первый взгляд работа рассматривала моделирование проекта водохранилища, но Херст включил в свое исследование многие естественные системы и дал нам новую статистическую методологию для различения случайных и неслучайных систем, постоянства трендов и продолжительности циклов, если таковые имеются. Т.е., он дал нам метод, названный методом нормированного размаха, или R/S -анализом, используемый для различения случайного временно-го ряда и фрактального временного ряда.

На наш взгляд, представляется весьма интересным проследить логику рождения Херстом новой статистики, получившей позже название «фрактальная статистика». Херст знал о работе Эйнштейна (1908), в которой обосновывалось следующее утверждение: в процессе броуновского движения случайная частица проходит расстояние R , которое увеличивается пропор-

ционально квадратному корню из времени T наблюдения за этой частицей, т.е. $R \approx \sqrt{T}$. Отметим, что это уравнение используется, например в финансовой экономике для того, чтобы вычислить стандартное отклонение. Херст пронормировал размах R стандартным отклонением S и представил следующее обобщение вышеуказанного уравнения: $(R/S)_n = C * n^H$, где C - константа и n – число наблюдений (уровней), составляющих рассматриваемый временной ряд (ВР). Значения $(R/S)_n$ называются *нормированным размахом*, а показатель степени H называется показателем Херста. Отметим при этом, что показатель Херста можно приближенно, но с приемлемой точностью вычислять посредством вычерчивания в декартовых координатах точек со значением ординаты $y_n = \log(R/S)_n$ для значения абсцисс $x_n = \log(n)$ и вычисления тангенса угла наклона отрезка прямой, которая для этих точек представляет простую регрессию, определяемую методом наименьших квадратов.

Идея новой статистики родилась в виде следствия из следующего факта: если бы уровни наблюдаемого ВР (у Херста эти уровни представляли собой величину годовых притоков Нила) были независимо распределены, то для значения H должно выполняться равенство $H = 0,50$. Но Херст обнаружил, что $H = 0,91$. Последнее означает, что нормированный размах увеличивается быстрее, чем квадратный корень из времени. Значение $H = 0,91$ означало, что изменение в ежегодных нильских разливах влияли друг на друга или, другими словами, что рассматриваемый ВР (притоков Нила) обладает долговременной памятью. Дальнейшее исследование Херста и других ученых привели к открытию существования памяти практически во всех ВР, отражающих эволюцию явлений природы – выпадение осадков, пятнам на солнце, годичным кольцам и т.д. Осознание универсальности этого факта появилось спустя треть века, когда многочисленными исследователями было установлено, что долговременная память присуща многим и многим ВР, отражающих динамику эволюционных процессов в социально-экономической и других сферах человеческой деятельности.

Описание математического инструментария и алгоритмов использования фрактальной статистики, в частности, R/S-анализа, можно найти в [100,105,107,108,109,110,122]. Область значений показателя Херста – это интервал $(0,1)$. Если $H \in (0,5; 1]$, то рассматриваемый ВР является персистентным [109,110] и характеризуется эффектом долговременной памяти. К этим эффектам относятся наличие в рассматриваемом ВР трендоустойчивых отрезков вместе с оценками их длины, численные оценки фрактальной размерности («меры зазубренности») этого ВР, наличие периодических циклов [109]. Или непериодических циклов, называемых квазициклами [85] и др. Значения численных значений указанных эффектов долговременной памяти играют очень важную роль в предпрогнозном анализе ВР, в особенности таких ВР, по отношению к которым классические методы прогнозирования являются неадекватными [124]. Значение $H \in [0; 0,50)$ означает антиперсистентность [67,109] рассматриваемого ВР. В нестрогом определении антиперсистентность означает возврат к среднему или, в другой терминологии, реверсирование (чередование положительных и отрицательных приращений), чаще, чем в случайном процессе.

В заключение приведем высказывание [109] о том, что фрактальный анализ не вытесняет другие методологии; он является сильной формой анализа ВР и должен быть одним из инструментов предпрогнозного анализа.

2.2 Предмет исследования и его статистические характеристики

Предметом исследования являются временные ряды таких биржевых показателей, как цены акций крупных компаний Российской Федерации. Известно, что котировка акций (share quotation; stock quotation) имеет важное значение, в первую очередь, для самой компании, так как одной из предпосылок получения кредитов и займов для этой компании служит благоприятная картина показателей ее акций на фондовой бирже.

В настоящей работе рассматриваются 4 временных ряда (ВР) ежедневных максимальных цен акций. Введем обозначения этих ВР:

$$Z^1 = \langle z_i^1 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.1)$$

$$Z^2 = \langle z_i^2 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.2)$$

$$Z^3 = \langle z_i^3 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3)$$

$$Z^4 = \langle z_i^4 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.4)$$

В представленных ВР Z^k значение индекса $k \in \{1, 2, 3, 4\}$ имеет следующее соответствие: 1 – РАО ЕЭС, 2 – Сбербанк, 3 – Ростелеком и 4 –Сибнефть; в этих ВР индексом $i = 1, 2, \dots, n$ занумерованы дни календарного периода с 1 апреля 2002 г. по 31 марта 2005 г., $n = 745$. Здесь численные значения уровней (наблюдений) $z_i^1, z_i^2, z_i^3, z_i^4$ означают максимальную за день стоимость одной акции в рублях. На рисунках 2.1-2.4 приведено графическое представление этих ВР в виде гистограмм.

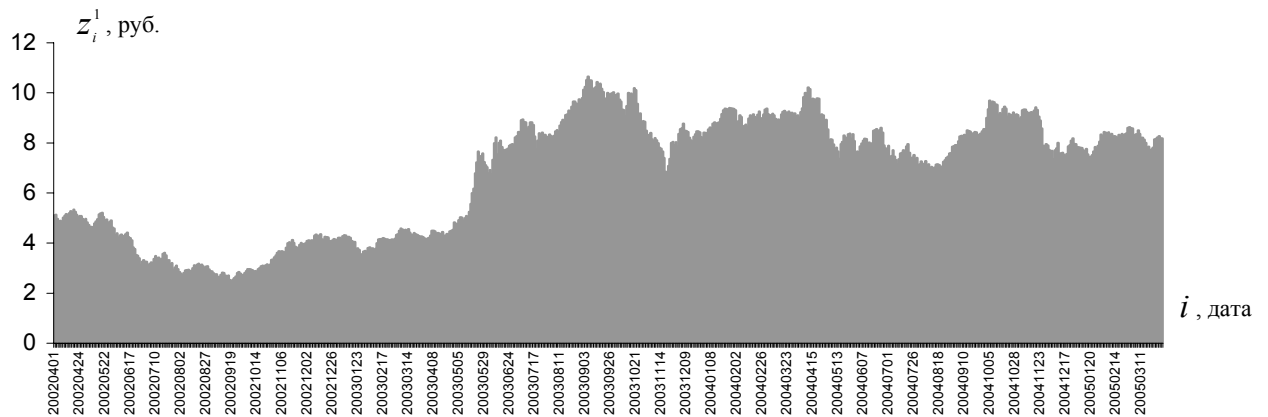


Рисунок 2.1 Графическое изображение ВР Z^1 ежедневных максимальных цен на акции РАО ЕЭС

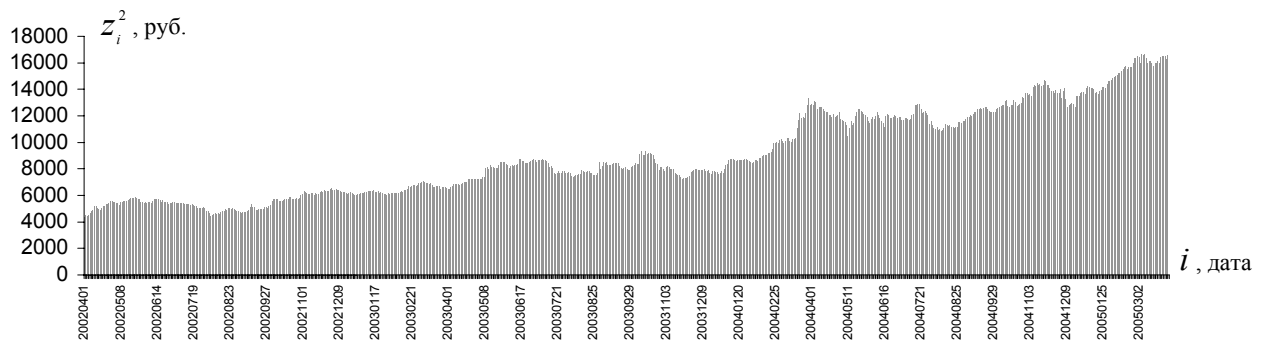


Рисунок 2.2 Графическое изображение ВР Z^2 ежедневных максимальных цен на акции Сбербанка

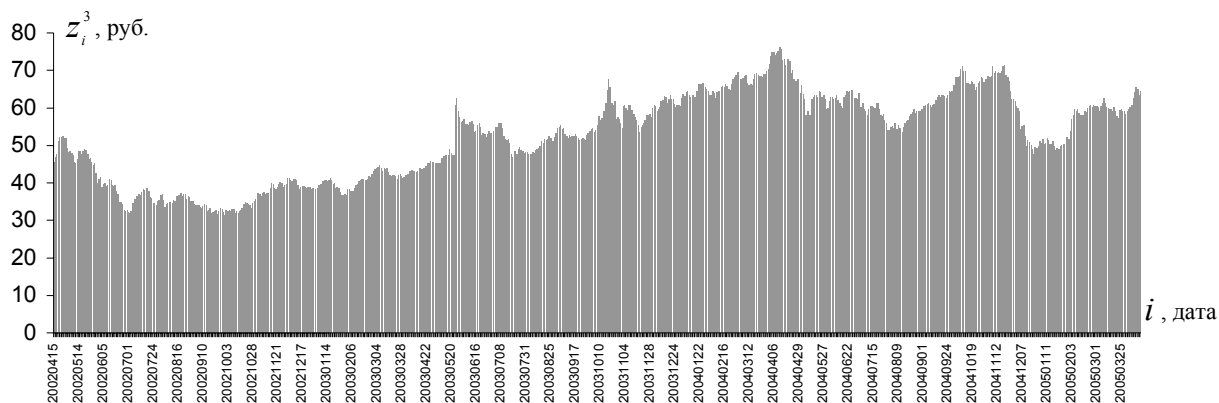


Рисунок 2.3 Графическое изображение ВР Z^3 ежедневных максимальных цен на акции Ростелеком

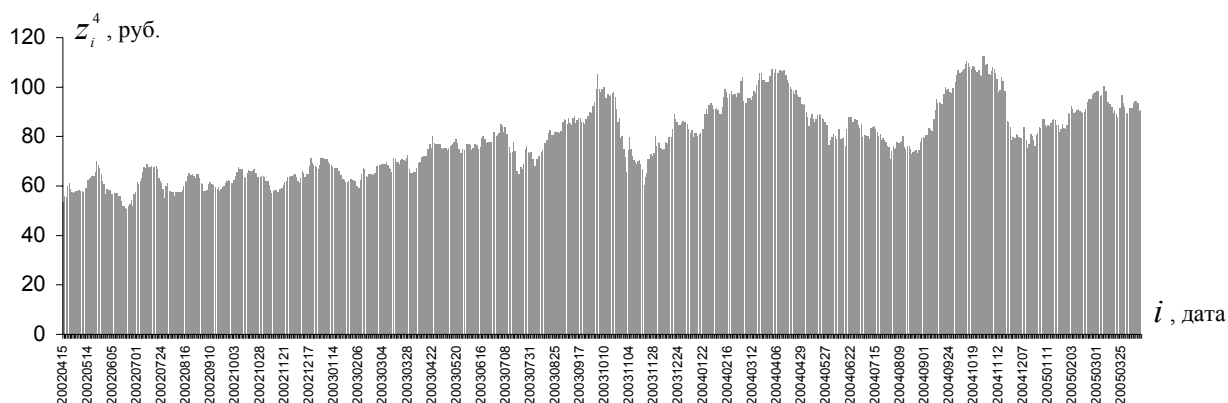


Рисунок 2.4 Графическое изображение ВР Z^4 ежедневных максимальных цен на акции Сибнефть

Приведем численные значения так называемых рисков статистических показателей [124] этих ВР: коэффициент вариации $VZ^1 = 0,35$; $VZ^2 = 0,36$; $VZ^3 = 0,22$ и $VZ^4 = 0,18$; коэффициент асимметрии $AZ^1 = -0,38$; $AZ^2 = 0,54$; $AZ^3 = 1,11$ и $AZ^4 = 1,11$; коэффициент эксцесса $EZ^1 = 1,62$; $EZ^2 = 2,12$; $EZ^3 = 1,85$ и $EZ^4 = 2,15$.

Основные особенности статистических характеристик рассматриваемых ВР заключаются в следующем. Во-первых, достаточно одной визуализации представленных на рисунках 2.5– 2.8 эмпирических функций распределения для того, чтобы утверждать, что поведение рассматриваемых ВР не подчиняется нормальному закону. К этому добавим, что эти ВР не обладают свойством стационарности.

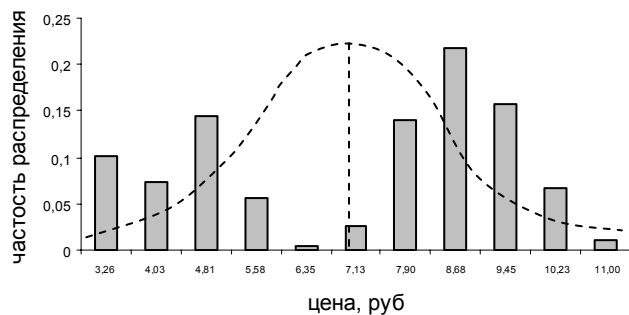


Рисунок 2.5 Эмпирическая функция распределения ВР Z^1 цен акции РАО ЕЭС

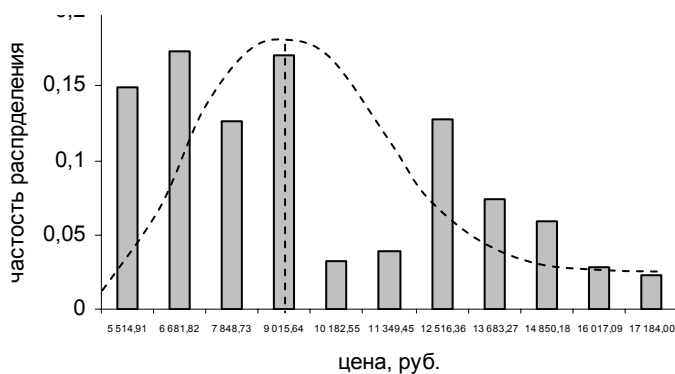


Рисунок 2.6 Эмпирическая функция распределения ВР Z^2 цен акции Сбербанка

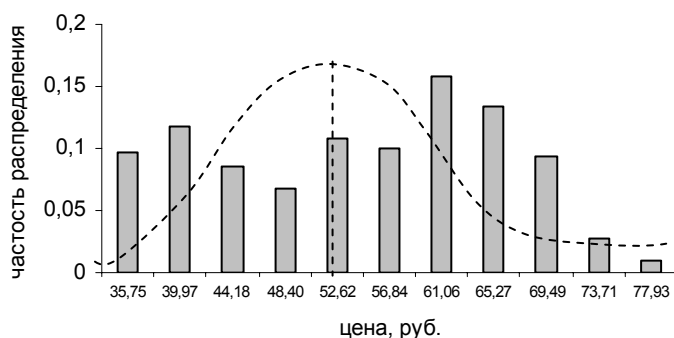


Рисунок 2.7 Эмпирическая функция распределения ВР Z^3 цен акции Ростелеком

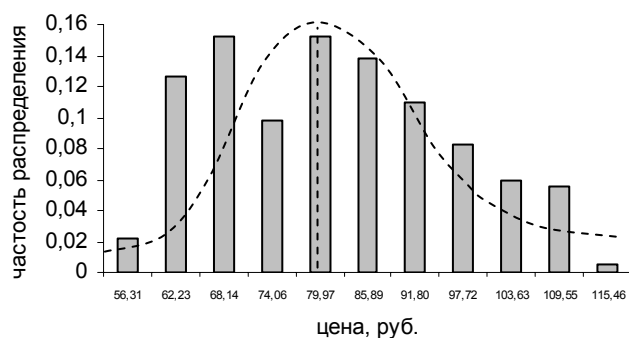


Рисунок 2.8 Эмпирическая функция распределения ВР Z^4 цен акции Сибнефть

Во-вторых, принимая во внимание факт наличия достаточно частой смены знаков во временных рядах приращений $\Delta z_i^k = z_{i+1}^k - z_i^k$, $i = \overline{1, n-1}$, $k = 1, 2, 3, 4$ можно утверждать, что трендовые компоненты [103,107], базирующиеся на скользящих средних, фактически не представляют сколь-нибудь ценной ин-

формации о дальнейшем поведении рассматриваемых ВР. Таким образом, представленные выше количественные и качественные статистические характеристики являются определенным основанием для следующего предварительного заключения: традиционные (базирующиеся на трендах и регрессии) статистические методы предпрогнозного анализа рассматриваемых ВР не являются адекватными этим рядам.

2.3 Агрегирование как способ усиления структурированности данных

Агрегирование [aggregation, aggregation problem] — объединение, укрупнение показателей по какому-либо признаку. С математической точки зрения агрегирование рассматривается как преобразование исходной модели в модель с меньшим числом переменных и ограничений, дающую приближенное (по сравнению с исходным) описание изучаемого процесса или объекта. Его сущность – в соединении исходных однородных элементов в более крупные “элементы -агрегаты”.

В некоторых экономических публикациях термин "агрегирование" понимается также как переход от микроэкономического к макроэкономическому взгляду на изучаемые экономические явления. В экономико-математических моделях агрегирование необходимо потому, что ни одна модель не в состоянии вместить всего многообразия реально существующих в экономике продуктов, ресурсов, связей. Вместе с тем, если показатели агрегируются и число их уменьшается, то при этом часть информации "теряется".

Существует различные способы агрегирования: сложение показателей, представление группы агрегируемых показателей через их среднюю, использование различных взвешивающих коэффициентов, баллов и т.д. [85]

В настоящем исследовании предлагается ежедневные показатели агрегировать в еженедельные, затем двухнедельные (полумесечные) периоды, используя метод взятия максимального значения показателя за период агрегирования. В результате проведенного агрегирования из временных рядов

Z^1, Z^2, Z^3 и Z^4 , представленных соответственно формулами (2.1)-(2.4), получены ВР еженедельных значений максимальных цен акций, представленные формулами (2.5)-(2.8).

$$\hat{Z}^1 = \langle \hat{z}_i^1 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \hat{n}, \quad (2.5)$$

$$\hat{Z}^2 = \langle \hat{z}_i^2 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \hat{n}, \quad (2.6)$$

$$\hat{Z}^3 = \langle \hat{z}_i^3 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \hat{n}, \quad (2.7)$$

$$\hat{Z}^4 = \langle \hat{z}_i^4 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \hat{n}, \quad (2.8)$$

где $\hat{n} = 156$. Формулы (2.9)-(2.12) представляют собой ВР двухнедельных значений максимальных цен акций:

$$\tilde{Z}^1 = \langle \tilde{z}_i^1 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{n}, \quad (2.9)$$

$$\tilde{Z}^2 = \langle \tilde{z}_i^2 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{n}, \quad (2.10)$$

$$\tilde{Z}^3 = \langle \tilde{z}_i^3 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{n}, \quad (2.11)$$

$$\tilde{Z}^4 = \langle \tilde{z}_i^4 \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{n}, \quad (2.12)$$

где $\tilde{n} = 78$.

В таблице 2.1 приведены статистические показатели исходных ВР Z^k , $k = \overline{1,4}$, ВР недельного интервала агрегирования \hat{Z}^k , $k = \overline{1,4}$ и ВР двухнедельного интервала агрегирования \tilde{Z}^k , $k = \overline{1,4}$.

Таблица 2.1 Статистические показатели исходных и агрегированных ВР

	Z^1	\hat{Z}^1	\tilde{Z}^1	Z^2	\hat{Z}^2	\tilde{Z}^2	Z^3	\hat{Z}^3	\tilde{Z}^3	Z^4	\hat{Z}^4	\tilde{Z}^4
<i>V</i>	0,35	0,35	0,35	0,36	0,37	0,37	0,22	0,22	0,22	0,18	0,18	0,18
<i>A</i>	-0,38	-0,31	-0,33	0,54	0,46	0,45	-0,16	-0,18	-0,24	0,26	0,23	0,18
<i>E</i>	1,62	1,55	1,52	2,12	2,03	1,95	1,85	1,81	1,78	2,15	2,13	2,00

Из визуализации табл.2.1 с очевидностью вытекает, что для рассматриваемых ВР Z^k , $k = \overline{1,4}$ в результате применения к ним одно- и двухнедельного агрегирования фактически не приводит к сколь-нибудь заметному изменению учитываемых рисков статистических показателей, т.е. значений коэффициентов вариации, асимметрии, эксцесса. С точки зрения дальнейшего

предпрогнозного анализа этот факт следует считать положительным в следующем смысле: применение указанной выше процедуры агрегирования в достаточной степени сохраняет характер поведения рассматриваемых ВР, точнее, сохраняет практически неизменными статистические характеристики динамики поведения этих ВР.

Особо отметим, что одной из основных целей настоящего диссертационного исследования является предпрогнозный анализ динамики экономических ВР. В этом смысле на основании полученных выше результатов появляется возможность предположить следующее правило для верхней оценки максимального интервала агрегирования ВР: интервал агрегирования следует считать недопустимо большим, если его использование приводит к существенным изменениям статистических показателей временных рядов, получаемых на выходе процедуры агрегирования.

2.4 Инструментарии фрактального анализа

Классические методы прогнозирования экономических ВР, в частности, эконометрики требуют от эволюционного процесса выполнения ряда условий, которые в реальности достаточно часто не выполняются. Важнейшее из этих условий обусловлено требованием подчинения поведения ВР нормальному закону, которое обеспечивается свойством независимости наблюдений, составляющих рассматриваемый ВР. Именно это условие для экономических ВР чаще всего не выполняется. Возникшую в связи с этим проблему полезно рассмотреть в историческом разрезе.

Прежде всего отметим, что математический инструментарий классической эконометрики разрабатывался и обосновывался, опираясь на следующее предположение: поведение рассматриваемого процесса подчиняется нормальному закону. Еще до того, как полностью оформилась гипотеза эффективного рынка, обнаруживались исключения, которые ставили под сомнение предположение о нормальности [131]. Одна из аномалий была найдена, когда Осборн [135] вычертил функцию плотности прибылей фондового рынка и

назвал их «приблизительно нормальными»: это было необычное наблюдение, так как хвосты этого распределения отличались свойством, которое статистики называют «эксцесс». Осборн заметил, что они толще, чем должны были бы быть, но не придавал этому значения. К тому времени, как появилась классическая публикация Кутнера [143], стало общепринятым, что распределение ценовых изменений имеют толстые хвосты, но значение этого отклонения от нормальности еще находилось в стадии обсуждения. Статья Мандельброта [143] в сборнике Кутнера содержала доказательства того, что прибыли могут принадлежать семейству устойчивых распределений Парето, которые характеризуются неопределенной или бесконечной дисперсией. Кутнер оспаривал это утверждение (оно серьезно ослабляло гауссовскую гипотезу) и предлагал альтернативу, которая состояла в том, что сумма нормальных распределений может являть распределение с более толстыми хвостами, тем не менее оставаясь гауссовским. Такого рода дебаты продолжались почти десять лет, что и предопределило смену линейной парадигмы на нелинейную [85].

Линейная парадигма в своей основе предлагает, что эволюционная система линейно реагирует на информацию, т.е. использует информацию по получении, а не ожидает ее накопления в ряде последующих событий. Линейный взгляд соответствует концепции рационального поведения, которая утверждает, что прошлая информация уже дисконтирована, найдя отражение в стоимости ценных бумаг. Таким образом, линейная парадигма подразумевает, что уровни временного ряда котировки этих ценных бумаг должны иметь приблизительно нормальное распределение и быть независимыми. Новая парадигма обобщает реакцию эволюционной системы, включая в себя возможность нелинейной реакции на информацию и, следовательно, влечет за собой естественное расширение существующих взглядов.

Первое подробное изучение ежедневных котировок акций было предпринято Фамэ [145], который нашел, что их эмпирические распределения в отличие от нормального распределения имеют отрицательную асимметрию:

большее количество наблюдений было на левом (отрицательном) хвосте, чем на правом. Кроме того, хвосты были толще, и пик около среднего значения был выше, чем предсказывалось нормальным распределением, т.е. имел место так называемый «лептоэксцесс». Это же отметил Шарп [146] в своем учебнике 1970 г. «Теория портфеля и рынки капитала». Когда Шарп сравнивал годовые прибыли с нормальным распределением, он заметил, что «у нормального распределения вероятность сильных выбросов очень мала. Однако на практике такие экстремальные величины появляются довольно часто».

Позже Тернер и Вейгель [110,144] провели более глубокое изучение волатильности, используя дневной индекс рейтинговой компании Стандарт энд Пул (S&P) с 1928 по 1990 гг. – результаты оказались похожими. Авторы нашли, что «распределения дневной прибыли по индексам Доу-Джонсона и S&P имеют отрицательную асимметрию и большую плотность в окрестности среднего значения, а также в области очень больших и очень малых прибылей, – если сравнивать это распределение с нормальным».

Проделанные различные исследования с очевидностью говорят о том, что показатели большинства природных и экономических систем не подчиняются нормальному закону или другим известным распределениям. Но, если экономические показатели не являются нормально распределенными, то тогда множество методов статистического анализа, в частности, такие способы диагностики как коэффициенты корреляции, t -статистики, серьезно подрывают к себе доверие, поскольку могут давать ошибочные результаты.

Гипотеза о подчинении нормальному закону была необходима для применения статистического анализа к временным рядам. Этот статистический анализ был необходим хотя бы только для того, чтобы теория портфеля была применима в реальности. Без нормального распределения огромное число теоретических и эмпирических работ ставится под вопрос, ибо тогда традиционный компромисс между риском и прибылью не всегда имеет место. Концепция подчинения нормальному закону не отражает действительности.

сти. Таким образом нынешняя линейная парадигма требует изменения, которое приняло бы этот факт в расчет.

Мандельброт [145] говорил о том, что поведение временных рядов на рынках капитала следуют семейству распределений, которое он назвал устойчивым паретианом. Это распределение имеет высокий пик на среднем значении и толстые (в другой терминологии – “тяжелые” хвосты). Устойчивое распределение Парето (устойчивый паретиан) характеризует тенденция к трендам и циклам, внезапным и прерывистым изменениям; оно также может быть несимметричным. Однако дисперсия этих распределений бесконечна, или неопределенна. Кутнер [143] и Шиллер [144] признали концепцию бесконечной дисперсии неприемлемой, выдвинув требование переформулировать существующую теорию в терминах нормального распределения, чтобы не стать перед лицом возможности серьезного подрыва результатов сорокалетних исследований экономических рынков и рынков капитала. Кутнер напомнил, что если Мандельброт был прав, то «почти все наши статистические инструменты атрофированы». Он чувствовал, что требуется больше оснований для того, чтобы отправить сотни работ в макулатуру. Устойчивые распределения Парето теперь могут быть названы фрактальными распределениями. Используя фрактальный анализ [103,110], мы сможем отличать тяжелохвостые гауссовские распределения от распределений фрактальных.

Фракталы оказали влияние на статистический анализ, которое в значительной мере еще не оценено. Природа не есть ряд повторяющихся закономерностей, но в противоположность тому характеризуется локальной случайностью и глобальным порядком. Каждый естественный фрактал отличен в деталях и в то же время подобен любому другому в общей концепции. Например, все дубовые деревья различны, и в то же время легко узнаются как дубы. Фракталы в реальном мире обусловлены глобальными статистическими структурами, одновременно порождающими локальные случайности. Для рыночного и экономического анализа это может иметь далеко идущие последствия. Использование фрактального анализа стало одним из самых по-

лезных подходов к исследованию эволюции финансовых и экономических показателей.

Фрактальные временные ряды имеют статистическое самоподобие во времени. Они являются случайными фракталами и имеют больше общего с естественными объектами, чем чистые математические фракталы.

Фрактальные временные ряды качественно самоподобны, ибо в разных масштабах длительности они имеют одинаковые статистические характеристики. Для оценки этих характеристик Херстом была предложена новая статистика, получившая название «нормированный размах».

2.4.1 Верификация алгоритма нормированного размаха Херста

Целью фрактального анализа какого-либо ВР является обнаружение наличия в нем долговременной памяти, оценка ее глубины, а также значение показателя Херста H [110]. Кроме того, эта цель предусматривает выявление такой характеристики, как трендоустойчивость или такого обратного к ней свойства, как «возврат к среднему чаще, чем в случайном поведении ВР» (частое реверсирование спад-подъем). Кроме того, очень важным для прогнозирования оказывается выявление (периодических) циклов [109], если таковые имеются, или квазициклов [85]. Для последних в других источниках используются термины «дробная квазипериодичность» [147] или «хаотические циклы» [109]. Знание перечисленных фрактальных характеристик рассматриваемого ВР предоставляет аналитику предпрогнозную информацию, т.е. позволяет ему оценить перспективность надежного прогнозирования ВР с помощью клеточно-автоматной прогнозной модели [102].

На протяжении более, чем полстолетия, начиная с публикации [85], основным инструментарием фрактального анализа ВР является алгоритм R/S -анализа. Приведем его краткое описание, обозначая рассматриваемый ВР через $Z = \langle z_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, m$. Работа этого алгоритма реализуется поэтапно согласно представленной ниже вычислительной схеме, известной в англоязычных

публикациях под названием «алгоритм нормированного размаха Херста» [110] или, в другой терминологии, под названием « R/S - анализ: руководство шаг за шагом» [102].

1⁰. Зададимся целочисленным значением величины шага $\Delta \geq 1$ и сформируем последовательность значений длин отрезков, на которые разбивается данный ВР для каждой фиксированной длины:

$$n_1, n_2, \dots, n_k, \dots, n_l, \quad (2.13)$$

где $n_{k+1} = n_k + \Delta$, $k = \overline{1, l-1}$ и максимальное значение индекса l определяется неравенством $n_l \leq \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor$. Следующие ниже этапы 2⁰-6⁰ выполняются последовательно по возрастанию индекса $k = 1, 2, \dots, l$.

Примечание 2.1 Последовательность (2.13) сформирована, следуя [87]. Другой подход к ее формированию изложен в [109], где эта последовательность состоит из всех таких чисел $n_k \geq 10$, на каждое из которых длина m данного ВР Z делится без остатка (m кратно n_k , $k = \overline{1, l}$).

2⁰. Для очередного значения индекса k рассматриваемый ВР Z разбивается на $r_k = \left\lfloor \frac{m}{n_k} \right\rfloor$ отрезков $Z^t = \langle z_j^t \rangle$, $j = 1, 2, \dots, n_k$, $t = 1, 2, \dots, r_k$, где для всякого t отрезок Z_k^t определяется своим первым элементом z_1^t , который в исходном ВР Z занумерован индексом $i = i_t = (t-1) \cdot n_k + 1$. Отметим, что в процессе разбиения ВР Z на указанные отрезки может образоваться остаток, длина которого меньше n_k . Этот остаток отбрасываем, следуя [110]. Для каждого отрезка z_k^t вычисляется среднее значение $z^t = \frac{1}{m_k} \sum_{j=1}^{n_k} z_j^t$, $t = \overline{1, r_k}$.

3⁰. Для каждого отрезка Z_k^t , $t = \overline{1, r_k}$ при фиксированном $k \in \{1, 2, \dots, l\}$ вычисляется ряд накопленных отклонений $X_{k,q}^t = \sum_{j=1}^q (z_j^t - z^t)$, $q = \overline{3, n_k}$, на базе которых находится значение размаха

$$R_k^t = \max_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t - \min_{1 \leq q \leq n_k} X_{k,q}^t \quad (2.14)$$

для каждого $t = \overline{1, r_k}$.

4⁰. При фиксированном k для отрезка Z_k^t вычисляем его стандартное отклонение $S_k^t = \left(\frac{1}{n_k} \sum_{j=1}^{n_k} (z_j^t - z^t)^2 \right)^{0,5}$ и нормируем значение размаха (2):

$$\left(\frac{R}{S} \right)_k^t = \left(\frac{R_k^t}{S_k^t} \right), \quad t = \overline{1, r_k}, \quad 1 \leq k \leq l. \quad (2.15)$$

5⁰. Для каждого фиксированного k вычисляем среднее значение нормированных размахов (2.15):

$$\left(\frac{R}{S} \right)_k = \frac{1}{r_k} \sum_{t=1}^{r_k} \left(\frac{R}{S} \right)_k^t, \quad 1 \leq k \leq l. \quad (2.16)$$

6⁰. На основании полученных средних значений (2.16) для каждого $k = \overline{1, 2, \dots, l}$ вычисляем для рассматриваемого ВР Z логарифмические координаты (абсциссу и ординату) точек, представляющих промежуточный результат работы алгоритма нормированного размаха Херста:

$$x_k = \lg n_k, \quad y_k = \lg \left(\frac{R}{S} \right)_k, \quad k = \overline{1, l}. \quad (2.17)$$

7⁰. Используя известный метод наименьших квадратов для множества точек с координатами (x_k, y_k) , $k = \overline{1, 2, \dots, l}$ вида (2.17), строим график линейной регрессии. Наклон полученной линии регрессии к оси абсцисс позволяет получить усредненную оценку показателя Херста H для ВР Z [105]. Численное значение $H(Z)$ этой оценки вычисляется как тангенс угла наклона полученной прямой.

Примечание 2.2 Важно отметить, что полученная оценка $H(Z)$ показателя Херста отражает именно среднее (для рассматриваемого ВР Z в целом) значение этого показателя.

Соединяя отрезками соседние точки в последовательности (2.17), получим представленную в логарифмических координатах траекторию нормированного размаха разбиений данного ВР Z , которую ради краткости в дальнейшем будем называть термином «траектория нормированного размаха» (см. рис.2.9).

Если рассматриваемый ВР Z обладает свойством цикличности, то ему присуща долговременная память, в силу чего некоторое количество начальных точек полученной траектории нормированного размаха образуют отчетливо выраженный линейный тренд. При некотором значении $k = k_0$ траектория нормированного размаха достаточно резко изменяет свой наклон, т.е. в точке (x_{k_0}, y_{k_0}) траектория получает значительное по абсолютной величине отрицательное приращение $\delta_k = y_{k+1} - y_k$. Появление этого наклона называют сменой тренда или “срывом с тренда”, подразумевая при этом, что возвращение к прежнему тренду не происходит. При этом подразумевается, что в точке k_0 эффект “долговременной памяти о начале рассматриваемого ВР” диссипатирует [109]. Иначе говоря, срыв с тренда демонстрирует потерю памяти о начальных условиях, а также сигнализирует (возможно с лагом, т.е. с некоторым запаздыванием) об исчерпании цикла или квазицикла, который содержится в начальном отрезке этого ВР.

В теории временных рядов под термином «квазицикл» («цикл») подразумевается локально наибольший отрезок ВР, состоящий из двух частей таких, что элементы первой части монотонно получают положительные (отрицательные) приращения, а элементы второй части монотонно получают отрицательные (положительные) приращения. Например, в отрезке 2,1,2,3,4,5,6,7,6,5,4,3,2,1,2 содержится квазицикл

$$\langle 1,2,3,4,5,6,7,6,5,4,3,2,1 \rangle \quad (2.18)$$

длины $l = 13$. В данном определении термины «положительные» («отрицательные») можно понимать как «неотрицательные» («неположительные»). При этом «квазицикл» именуется термином «цикл» в случае, когда он регулярно повторяется на протяжении рассматриваемого ВР, сохраняя свою конфигурацию.

Примечание 2.3 В реальных процессах анализа рассматриваемого ВР представленное выше определение квазицикла не рекомендуется применять формально. Более точно, при определении понятия «квазицикл» может ока-

заться целесообразным использование понятий теории нечетких множеств [33]. Практический опыт, накопленный в процессе фрактального анализа конкретных ВР свидетельствует, что это определение имеет однозначный смысл в том случае, если для рассматриваемого ВР

$$Z = \langle z_i \rangle, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.19)$$

приращения его элементов $\Delta_i = z_{i+1} - z_i, \quad i = \overline{1, m-1}$ по абсолютной величине однозначно превосходят абсолютную величину погрешности $\varepsilon > 0$ используемых исходных данных (численных значений уровней $z_i, \quad i = \overline{1, m}$).

Примечание 2.4 Представленное выше определение квазицикла отражает собой локальное свойство ВР. Последнее означает, что его не нужно рассматривать в контексте сложившейся к настоящему времени теории экономических циклов, например таких, как бизнес-циклов и др. [32].

Как отмечено в [109], алгоритм нормированного размаха (НР) Херста не только обнаруживает периодические или непериодические циклы, но также может оценить среднюю длину непериодических циклов. Покажем, что это утверждение нельзя отнести ко всему неограниченному разнообразию динамики временных рядов, т.е. оно является истинным лишь для некоторой части бесконечного множества ВР. Действительно, рассмотрим ВР (2.19), который состоит из непересекающихся циклов вида (2.18), т.е. для $m = 299$ каждый из его отрезков $Z^t, \quad t = \overline{1, 23}$ длины $l = 13$, определяемых значениями своего первого индекса $i_t = 13(t-1) + j, \quad j = 1, 2, \dots, 13, \quad t = 1, 2, \dots, 23$ представляет собой не что иное, как цикл (2.18). Определенный таким образом ВР (2.19) обозначим через Z^0 .

Для ВР Z^0 сформируем последовательность (2.13) следующего вида

$$18, 23, \dots, n_k, n_k + 5, \dots, n_q, \quad q = 27 \quad (2.20)$$

и последовательно по возрастанию индекса $k = 1, 2, \dots, q$ применим описанный выше алгоритм НР Херста 1^0-7^0 . Реализуя описанные выше этапы 2^0-6^0 для каждой длины из (2.20), получим представленную на рис.2.9 «траектория нормированного размаха» ВР Z^0 . Реализуя заключительный шаг алгоритма

НР Херста, получаем график линейной регрессии, который на рис.2.9 представлен пунктирной линией.

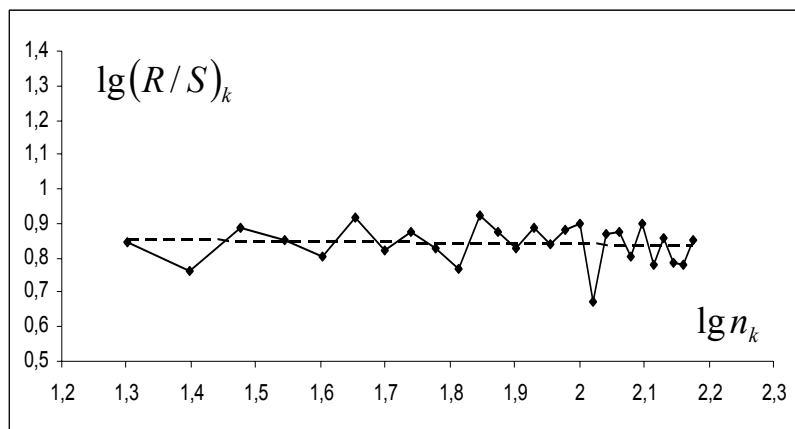


Рисунок 2.9 Траектория нормированного размаха временного ряда Z^0

Примечание 2.5 На основании визуализации рис.2.9 можно сформулировать следующие выводы. Во-первых, наклон полученной линии регрессии является фактически нулевым, в силу чего не представляется возможным оценить значение показателя Херста H для рассматриваемого ВР Z^0 . Во-вторых, конфигурация расположения точек с координатами (2.17), а также определяемая ими траектория нормированного размаха и ее линия регрессии фактически не представляют какой-либо информации о циклах вида (2.18) рассматриваемого ВР Z^0 .

Сформулированный выше отрицательный результат применения алгоритма НР Херста к ВР Z^0 обусловлен следующими свойствами этого ВР: значения уровней z_i в рассматриваемом ВР Z^0 , а также соотношение длины его циклов $l=13$ и шага $\Delta=5$ в последовательности (2.13) специально подобраны так, что величина размаха (2.14) и соответствующие значения стандартного отклонения S_k^t обеспечивают такие значения нормированного размаха (3), которые с ростом длины отрезков n_k воспроизводят регулярные с почти одной и той же амплитудой периодические колебания относительно «будущей» линии регрессии, получаемой в результате реализации шага 7^0 используемого алгоритма. Важно отметить, что это свойство ВР Z^0 практи-

чески сохраняется и в том случае, если его длину m многократно увеличивать, например, до $\sim 10^4$ и более.

Из примечаний 2.2 и 2.5 вытекает, что в общем случае описанный выше классический алгоритм НР Херста не всегда является достаточным для целей фрактального анализа [109] экономических ВР. С целью восполнения этого пробела в настоящей работе предлагается новый алгоритм фрактального анализа ВР, обладающих долговременной памятью. Перейдем к описанию этого алгоритма.

2.4.2 Алгоритм последовательного R/S -анализа

Предложенный в [107] новый подход к обнаружению циклов (квазициклов) в рассматриваемом ВР мы используем для вычисления верхней оценки глубины памяти [110] рассматриваемых ВР. Приведем описание одной модификации рассмотренного в п.2.3.1 алгоритма НР Херста. Работа этой модификации состоит из следующих четырех этапов.

1. Для данного ВР, например для ВР $Z \in \{Z^1, Z^2, Z^3, Z^4\}$, $Z = \langle z_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$ рассматриваем его начальные отрезки $Z_\tau = z_1, z_2, \dots, z_\tau$, для каждого из которых вычисляем их текущее среднее $\overline{z_\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} z_i$, $\tau = 3, 4, \dots, n$ и находим

накопленное отклонение $X_{\tau, t} = \sum_{i=1}^t (z_i - \overline{z_\tau})$ для всякого текущего индекса

$t = 1, 2, \dots, \tau$.

2. Для каждого начального отрезка Z_τ вычисляем согласно (2.14) размах $R = R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X_{\tau, t} - \min_{1 \leq t \leq \tau} X_{\tau, t}$, который нормируем согласно (2.15), т.е. представляем в виде дроби R/S , где $S = S(\tau)$ – стандартное отклонение для отрезка ВР Z_τ , $3 \leq \tau \leq n$.

3. Строим H -траекторию $H = H(\tau)$, $\tau = 3, 4, \dots, n$, координаты точек которой (x_τ, y_τ) определяются известным “эмпирическим законом Херста”

[109] $H = H(\tau) = (\log(R(\tau)/S(\tau)))/\log(a\tau)$, в котором согласно [110] полагаем $a = \frac{1}{2}$. Следуя (5), вычисляем логарифмические координаты точек H -траектории:

абсциссы $x_\tau = \log(\tau/2)$ и ординаты $y_\tau = H(\tau) = (\log(R(\tau)/S(\tau)))/\log(\tau/2)$, $\tau = 3, 4, \dots, n$.

4. Вторая, так называемая R/S -траектория рассматриваемого ВР (2.19) представляется в логарифмических координатах последовательностью точек (x_τ, y_τ^0) , $x_\tau = \log \tau$, $y_\tau^0 = \log(R(\tau)/S(\tau))$. Соединяя отрезком соседние точки (x_τ, y_τ^0) и $(x_{\tau+1}, y_{\tau+1}^0)$, $\tau = 3, 4, \dots, n-1$, получаем графическое представление R/S -траектории.

Этот 4-этапный алгоритм последовательного наращивания H -траектории и R/S -траектории данного ВР условимся называть термином «алгоритм последовательного R/S -анализа».

Применим алгоритм последовательного R/S -анализа к отрезку Z_{646}^1 временного ряда (2.1) ($Z_{646}^1 = \langle z_i^1 \rangle$, $i = \overline{646, 745}$) с целью продемонстрировать «распознавательные» возможности представленного выше модифицированного алгоритма по отношению к циклам и квазициклам. На выходе этого алгоритма получим представленные в логарифмических координатах H -траекторию и R/S -траекторию, графическое изображение которых дано на рис.2.10.

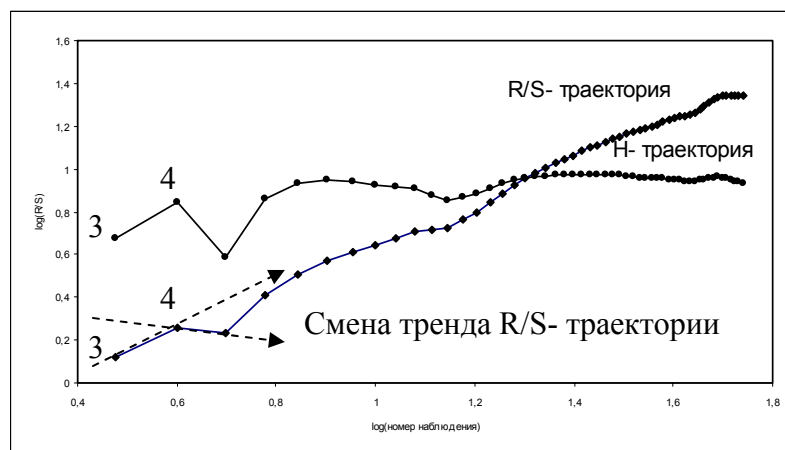


Рисунок 2.10 R/S - и H -траектории отрезка ВР Z^1

На рис.2.10 R/S - траектория демонстрирует исчерпание в данном отрезке $BP Z_{646}^1$ цикла тем, что в точке $\tau = 4$ этой R/S - траектории происходит смена тренда («срыв с тренда») без возвращения к первоначальному тренду каких-либо последующих точек. В точке $\tau = 4$ H - траектория получает отрицательное приращение, т.е. во временном ряде

$$H(\tau), \quad \tau = 3, 4, \dots, n \quad (2.21)$$

его уровень $H(4)$ получает отрицательное приращение. Таким образом, R/S - траектория и H - траектория сигнализируют об исчерпании в $BP Z_{646}^1$ цикла длины $l = 4$.

Примечание 2.6 Рассматривая рис.2.10 и исследуя представленные на нем траектории, будем придерживаться утверждения, что по истечении длительности цикла (квазицикла) теряется память о начальных условиях для рассматриваемого $BP [109,110]$, т.е. теряется долговременная коррелированность последующих наблюдений по отношению к начальным. Таким образом, говоря об оценке глубины памяти для рассматриваемого начального отрезка данного BP , подразумеваем длину первого цикла (квазицикла), который содержится в этом отрезке и его начало совпадает с началом этого отрезка.

Из рис.2.9, а также примечаний 2.2 и 2.5 с очевидностью вытекает, что представленный в п. 2.3.1 алгоритм НР Херста может оказаться неприменимым в целях обнаружения в рассматриваемом BP долговременной памяти, дифференцированной оценки ее глубины, а также распознавания наличия в рассматриваемых BP циклов или квазициклов различной длины.

Автор работы [11] был первым, кто понял, что периодическая компонента рассматриваемого BP может быть обнаружена с помощью R/S - анализа. Однако, как указано в [110], это свойство алгоритма НР Херста позволяет нам определить лишь «среднюю длину» циклов этого BP . Здесь же отмечено, что в терминах нелинейной динамики систем средняя длина цикла есть длительность, по истечении которой теряется память о начальных условиях или, что то же самое, память о начале цикла (квазицикла).

Реальные экономические ВР содержат квазициклы различной длины, некоторые из которых пересекаются между собой. Ради строгости дальнейших утверждений оговоримся, что мы рассматриваем такие ВР вида (2.19), в которых всякая пара соседних уровней не совпадает между собой, т.е. $z_i \neq z_{i+1}$, $i = \overline{1, m-1}$. В этом случае является справедливым следующее

Примечание 2.7 Если в ВР вида (2.19) некоторый уровень z_i является началом определенного квазицикла K , то этот ВР не содержит какого-либо отличного от K цикла, который начинается с этого же уровня z_i .

Идея выявления содержащихся в рассматриваемом ВР квазициклов базируется на примечании 2.7 и состоит в следующем. В данном ВР вида (2.19) отметим каждый уровень z_i , который является началом некоторого квазицикла. Удалим в этом ВР элементы z_1, z_2, \dots, z_{i-1} и к оставшейся части ВР применим описанный в п.3 алгоритм последовательного R/S -анализа. Тогда на выходе этого алгоритма получим H -траекторию и R/S -траекторию, которые сигнализируют о наличии квазицикла, начинающего с уровня z_i . Согласно примечанию 2.6, эти траектории наряду с выявлением указанного квазицикла представляют также оценку глубины памяти о начале представленного на вход алгоритма последовательного R/S -анализа усеченного ВР.

Представленный ниже алгоритм получения нечеткой оценки «глубины памяти ВР в целом» в дальнейшем условимся называть «алгоритм последовательного R/S -анализа». Работа этого алгоритма начинается с формирования на базе рассматриваемого ВР семейства $S(Z) = \{Z^r\}$, $r = 1, 2, \dots, m$, состоящего из $m < n$ временных рядов $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_r$, где ряд Z^r получается рекуррентно путем удаления первого элемента z_1^{r-1} в ряде Z^{r-1} . Здесь m определяется как наибольшее значение индекса $r = m$ такое, что ряд z^m еще имеет точку смены тренда в его R/S -траектории. Дальнейшая работа алгоритма последовательного R/S -анализа выполняется поэтапно.

Этап 1. Формирование на базе ВР Z семейства $S(Z) = \{Z^r\}$, $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = 1, 2, \dots, n_r$, $r = 1, 2, \dots, m$, состоящего из m временных рядов Z^r , где индексом i занумерованы элементы r -го ряда, получаемого из $(r-1)$ -го ВР Z^{r-1} путем удаления его первого элемента z_1^{r-1} . Здесь m определяется как указано выше. Исходный ВР Z также принадлежит семейству $S(Z)$, в котором ему присвоено значение индекса $r = 0$.

Этап 2. с помощью алгоритма последовательного R/S -анализа осуществляет фрактальный анализ временных рядов из семейства $S(Z)$ и формирование нечеткого множества значений глубины памяти о начале ряда для каждого ВР из этого семейства.

Пусть для каждого из ВР $Z^r = \langle z_i^r \rangle$, $i = \overline{1, n_r}$, $r = \overline{1, m}$ в результате применения к нему алгоритма последовательного R/S -анализа построены R/S -траектория и H -траектория, определяющие собой номер точки l_r , который согласно примечанию 2.6 представляет собой оценку глубины памяти о начале ВР Z^r .

Введем следующие обозначения: $N(l)$ – количество всех рядов Z^r из семейства $S(Z)$, у каждого из которых номер точки смены тренда l_r равен числу l ; $l^0 = \min_{1 \leq r \leq m} l_r$; $l' = \max_{1 \leq r \leq m} l_r$; $m = \sum_{l=l^0}^{l'} N(l)$; $d(l) = \frac{N(l)}{m}$ – доля таких рядов в $S(Z)$, у каждого из которых потеря памяти произошла на глубине l ; $L^0 = \{l\}$ – множество носителей [33], т.е. множество значений номеров точек смены тренда в рядах из семейства $S(Z)$; $L(Z) = \{(l, \mu(l))\}$, $l \in L^0$, $L(Z)$ – нечеткое множество «глубины памяти для ВР Z в целом», $\mu(l)$ – это значения функции принадлежности «глубины l » нечеткому множеству $L(Z)$. Значения $\mu(l)$ пропорциональны числам $d(l)$, $l \in L^0$; они получают путем нормирования значений долей $d(l)$ так, что $\mu(l) < 1$ для всякого $l \in L(Z)$.

В качестве иллюстративного примера применим алгоритм последовательного R/S -анализа к реальному отрезку ВР Z^1 (2.1), в котором его уров-

ни z_i представляют собой ежедневные курсы котировок акций РАО ЕЭС за период 28 октября 2004 г. – 31 марта 2005 г. В целях визуализации этого ВР на рис.2.11 дано его графическое представление. Промежуточные результаты применения алгоритма последовательного R/S - анализа к этому ВР представлены в табл.2.2.

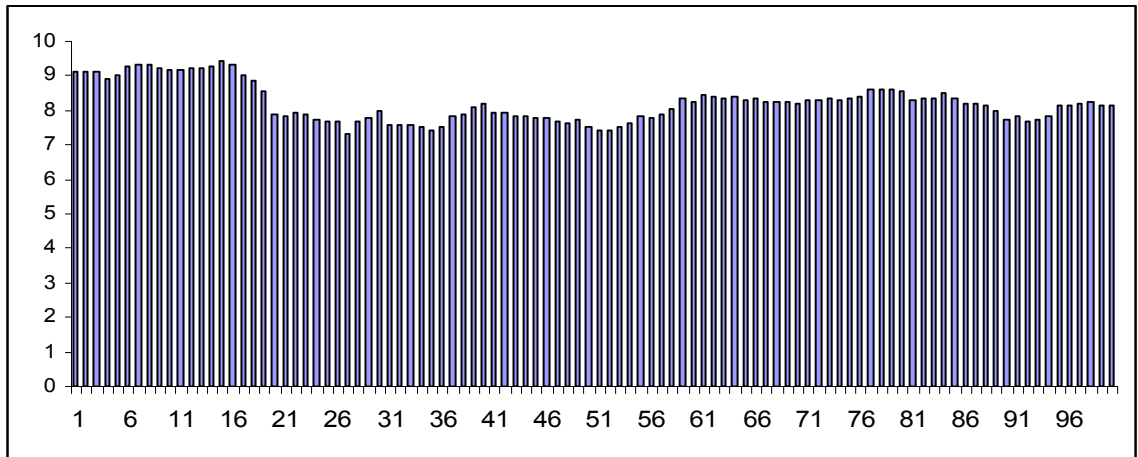


Рисунок 2.11 Графическое изображение отрезка ВР Z^1 максимальных цен акций РАО ЕЭС

Таблица 2.2 Нечеткое множество глубины памяти отрезка ВР Z^1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	38	28	11	11	2	1	2	1
0	0	0,40	0,30	0,12	0,12	0,02	0,01	0,02	0,01
0	0	0,90	0,66	0,26	0,26	0,05	0,02	0,05	0,02

Этап 3. Формирование нечеткого множества (НМ) для семейства $S(Z)$ осуществляется путем попарного объединения элементов первой и последней строк таблицы вида табл.2.2. Например, конкретно из табл.2.1 получаем НМ $L(Z) = \{(3; 0,90), (4; 0,66), (5; 0,26), (6; 0,26), (7; 0,05), (8; 0,02), (9; 0,05), (10; 0,02)\}$, графическое представление которого приведено на рис.2.12.

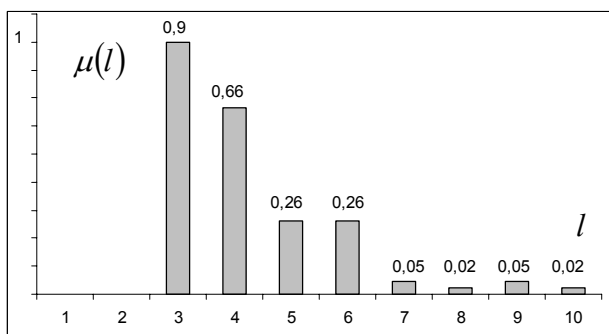


Рисунок 2.12 Графическое представление нечеткого множества $L(Z^1)$ глубины памяти для отрезка ВР Z^1 котировок акций РАО ЕЭС в целом

Примечание 2.8 Визуализируя рис.2.12 как графическое представление результата предпрогнозного анализа, в качестве наиболее важного отметим тот факт, что глубина памяти $l=3$ фигурирует с наибольшими значениями функции принадлежности $\mu(3)=0,9$. Такое значение глубины памяти свидетельствует о весьма низкой трендоустойчивости многих отдельных отрезков рассмотренного ВР Z_{646}^1 . Вытекающее отсюда качественное заключение свидетельствует о слабой прогнозируемости рассмотренного ВР Z_{646}^1 .

2.5 Фрактальный анализ временных рядов котировок четырех видов акций

2.5.1 Фрактальный анализ временных рядов ежедневных показателей

Применим описанный в п.2.3.2 алгоритм последовательного R/S -анализа к отрезкам ВР ежедневных котировок акций $Z^k = \langle z_i^k \rangle$, где $k = \overline{1,4}$, $i = \overline{646,745}$.

На рисунках 2.13-2.15 приведено графическое представление нечетких множеств (НМ) глубины памяти, полученных в результате описанного выше метода фрактального анализа к отрезкам следующих ВР: Z^2 – ВР ежедневных котировок акций Сбербанка, Z^3 – ВР ежедневных котировок акций Ростелеком, Z^4 – ВР ежедневных котировок акций Сибнефти.

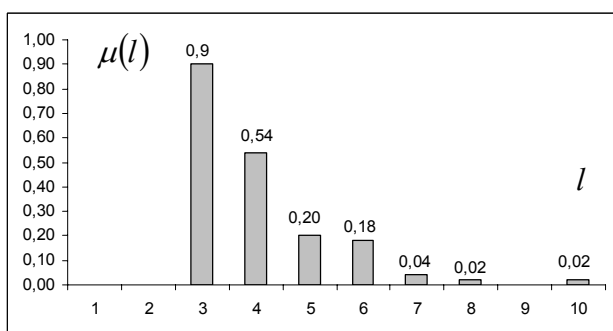


Рисунок 2.13 Графическое представление нечеткого множества $L(Z^2)$ глубины памяти отрезка ВР Z^2 котировок акций Сбербанка

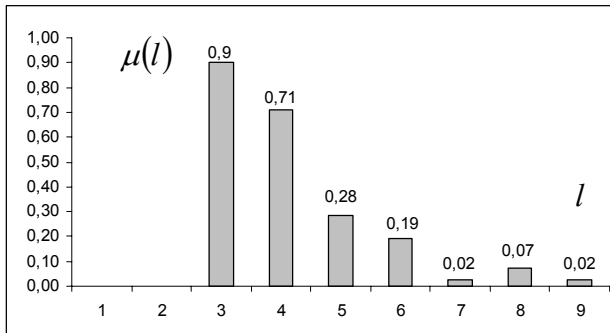


Рисунок 2.14 Графическое представление нечеткого множества $L(Z^3)$ глубины памяти отрезка ВР Z^3 котировок акций Ростелекома

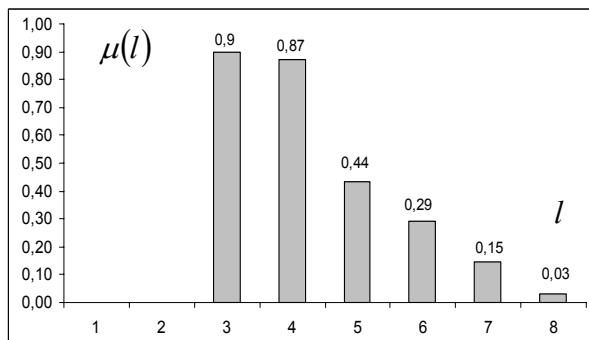


Рисунок 2.15 Графическое представление нечеткого множества $L(Z^4)$ глубины памяти отрезка ВР Z^4 котировок акций Сибнефти

Визуализируя рисунки 2.13-2.15 и сравнивая их с рис.2.12, по аналогии с примечанием 2.8 можем сформулировать следующее заключение относительно рассматриваемых ВР (2.1) – (2.4). Для каждого ВР Z^k , $k=1,2,3,4$ глубина памяти $l=3$ фигурирует в соответствующем ему НМ с максимальным значением функции принадлежности $\mu(3)=0,9$. Такая глубина памяти с указанным высоким значением функции принадлежности свидетельствует о весьма низкой трендоустойчивости на значительной части протяженности каждого из четырех рассматриваемых ВР.

Сформулированные выше выводы о слабой прогнозируемости рассматриваемых ВР Z^k , $k=1,2,3,4$ требуют реализации определенных конструктивных предложений, направленных на улучшение этой прогнозируемости. Представленные ниже предложения базируются на следующем высказывании, которое приведено в разделе «Число наблюдений против отрезка времени» в монографии [109]. «Предположим, что мы имеем систему, подобную циклу солнечных пятен, который длится 11 лет. Наличие в течение года одномоментных наблюдений, т.е. 525600 наблюдений, не поможет нам найти 11-

летний цикл. Однако наличие месячных чисел за 188 лет, т.е. 2256 наблюдений, было достаточным для отчетливого выявления 11-летнего цикла».

2.5.2 Фрактальный анализ временных рядов недельного интервала агрегирования

Приведенная выше цитата означает, что автору монографии [109] известны публикации, в которых представлены результаты об улучшении показателей трендоустойчивости временных рядов путем использования простого агрегирования уровней, из которых состоят рассматриваемые ВР. Речь идет о следующей процедуре агрегирования. Сначала выбирается конкретное целое

число $q \geq 2$ и рассматриваемый ВР $Z^k = \langle z_i^k \rangle$, $i = \overline{1, n}$ разбивается на $\hat{n} = \left\lfloor \frac{n}{q} \right\rfloor$

следующих друг за другом интервалов (отрезков) $Z_j^k(q)$, $j = \overline{1, \hat{n}}$. После чего в зависимости от содержательного смысла задачи вычисляются либо суммы

$\hat{z}_j^k = \sum_{z_i \in Z_j^k(q)} z_i^k$, $j = \overline{1, \hat{n}}$, например, (как в настоящем случае) максимумы

$$\hat{z}_j^k = \max_{z_i \in Z_j^k(q)} z_i^k, \quad j = \overline{1, \hat{n}}, \quad (2.22)$$

либо средние значения элементов отрезка. Вычисленные таким образом величины \hat{z}_j^k представляют собой соответствующие уровни нового ВР

$$\hat{Z}^k = \langle \hat{z}_j^k \rangle, \quad j = \overline{1, \hat{n}}, \quad 1 \leq k \leq 4. \quad (2.23)$$

В представленной выше процедуре агрегирования число q называем термином «интервал агрегирования». В книге [109] рассматривается ВР индекса Доу-Джонса для акций промышленных компаний. В процессе анализа стабильности этих ВР использовались следующие интервалы агрегирования: $q = 5$ (5-дневные прибыли), $q = 20$ (20-дневные прибыли), $q = 60$ (60-дневные прибыли). В [109] уровни нового ВР вида (2.23) представляют собой суммы вида $\hat{z}_j^k = \sum_{z_i \in Z_j^k(q)} z_i$. В настоящей работе эти уровни мы определяем как экстремумы вида (2.22).

Выбирая конкретное значение параметра агрегирования q , отметим, что исходные ВР (2.1) – (2.4) состоят из уровней, которые в календарном смысле относятся к будним дням. Иными словами, эти ВР можно разбить на недельные интервалы, принимая значение $q = 5$. Количество таких интервалов $\hat{n} = 156$. Применяя процедуру агрегирования вида (2.22) к каждому недельному интервалу в исходных ВР (2.1) – (2.4), получаем новые (агрегированные) ВР, которые представлены выражениями (2.5) – (2.8). Графическое изображение этих ВР представлено соответственно на рисунках 2.16 – 2.19.

В результате применения представленного в п.2.4.2. алгоритма последовательного R/S - анализа к агрегированным ВР (2.5) – (2.8) получены оценки глубины памяти этих ВР. Графическое изображение этих оценок в виде соответствующих нечетких множеств представлено на рисунках 2.20 – 2.23.

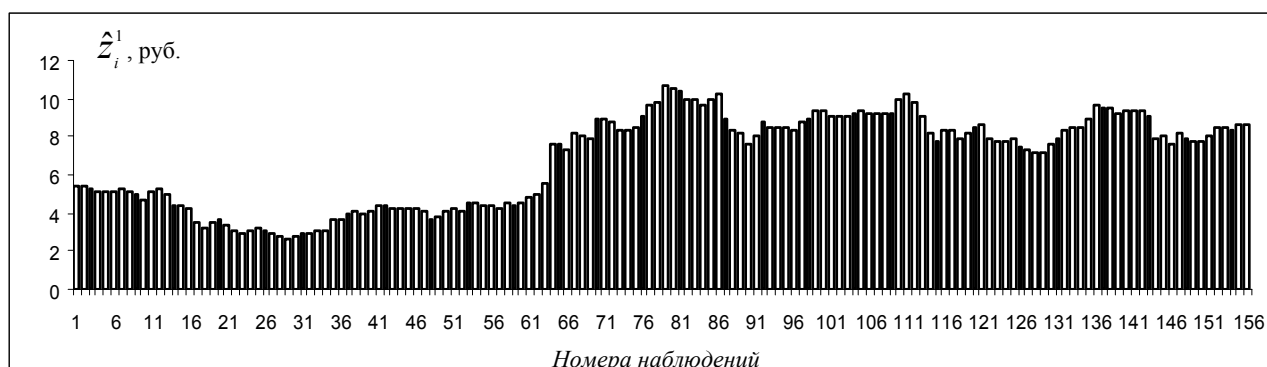


Рисунок 2.16 Графическое изображение ВР \hat{z}_i^1 еженедельных максимальных цен на акции РАО ЕЭС

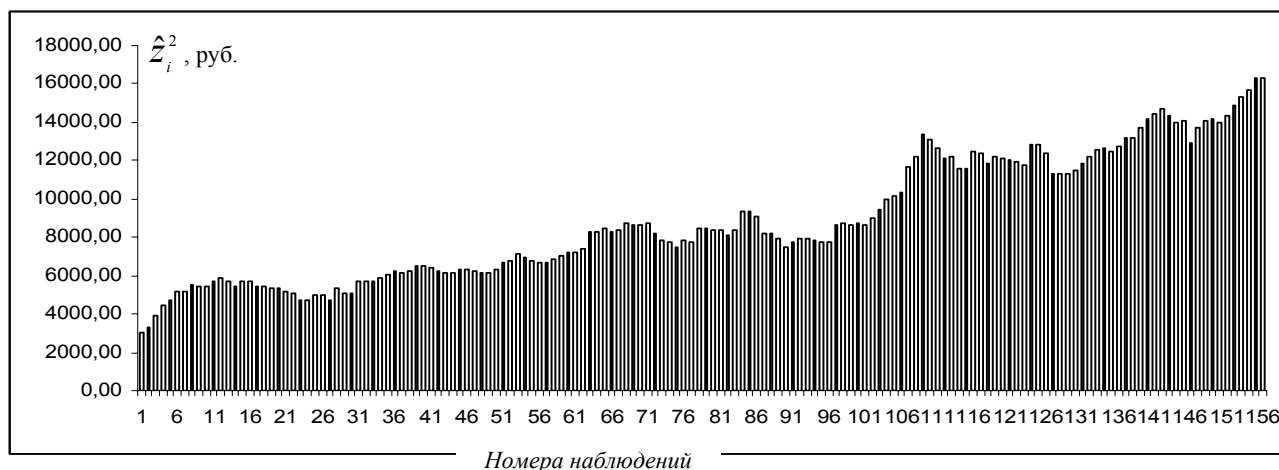


Рисунок 2.17 Графическое изображение ВР \hat{z}_i^2 еженедельных максимальных цен на акции Сбербанка

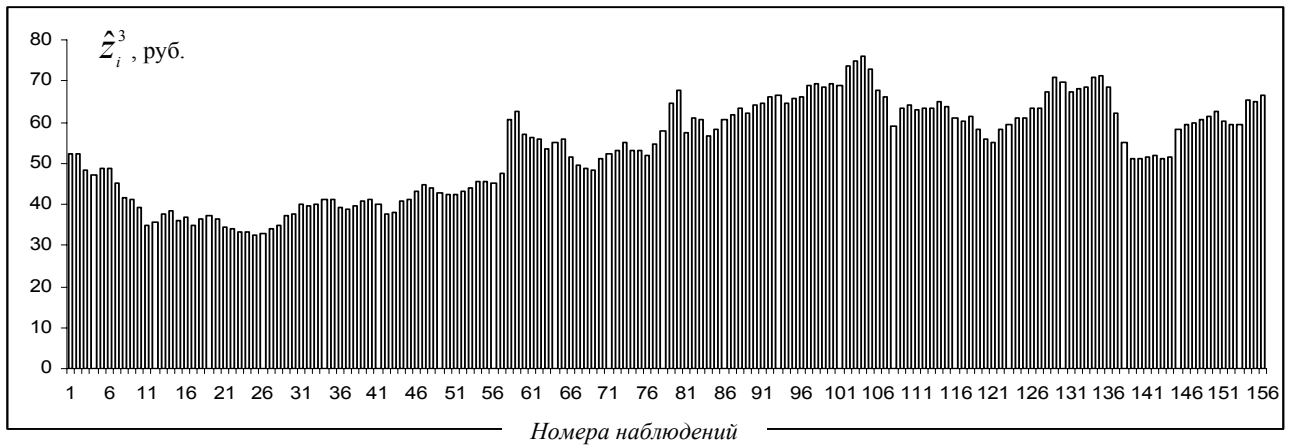


Рисунок 2.18 Графическое изображение ВР \hat{Z}^3 еженедельных максимальных цен на акции Ростелеком

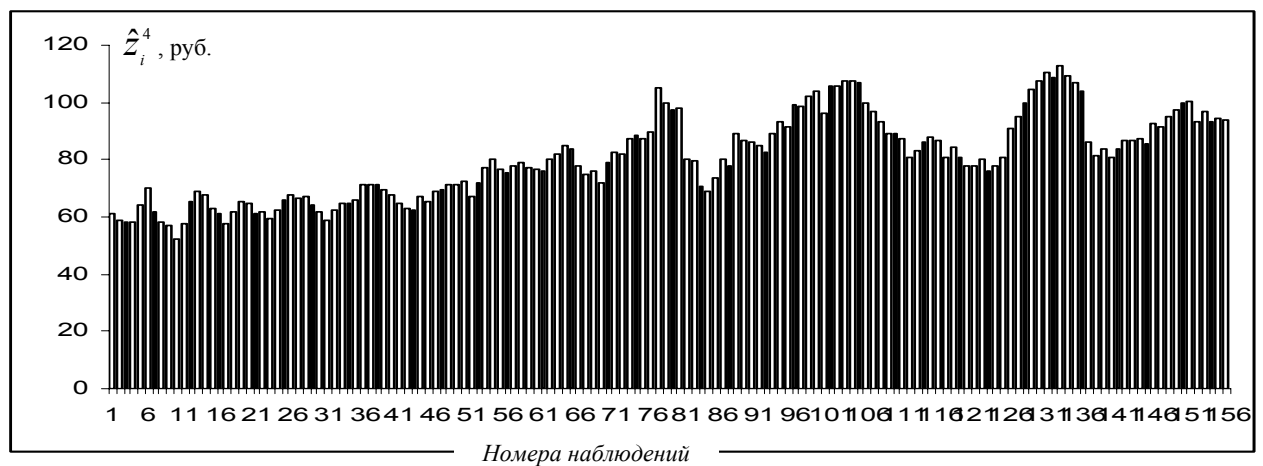


Рисунок 2.19 Графическое изображение ВР \hat{Z}^4 еженедельных максимальных цен на акции Сибнефти

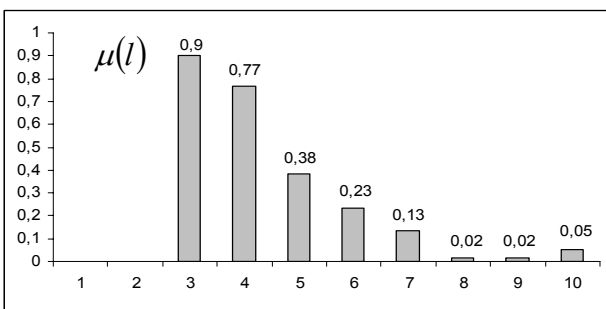


Рисунок 2.20 Гистограмма нечеткого множества $L(\hat{Z}^1)$ глубины памяти ВР \hat{Z}^1 еженедельных максимальных цен на акции РАО ЕЭС

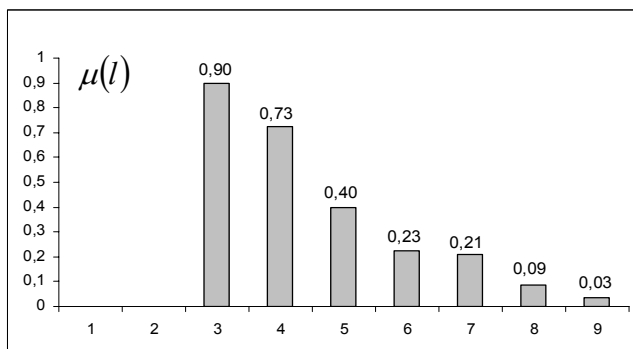


Рисунок 2.21 Гистограмма нечеткого множества $L(\hat{Z}^2)$ глубины памяти ВР \hat{Z}^2 еженедельных максимальных цен на акции Сбербанка

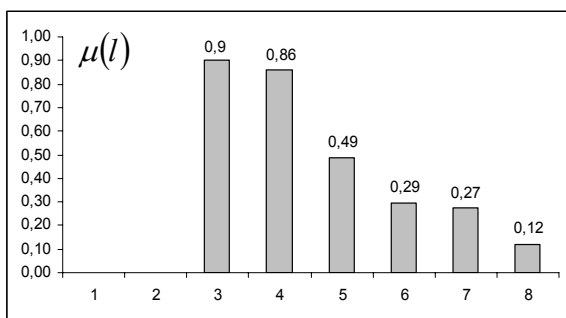


Рисунок 2.22 Гистограмма нечеткого множества $L(\hat{Z}^3)$ глубины памяти ВР \hat{Z}^3 еженедельных максимальных цен на акции Ростелеком

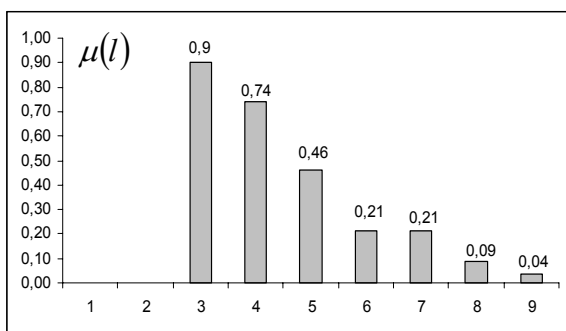


Рисунок 2.23 Гистограмма нечеткого множества $L(\hat{Z}^4)$ глубины памяти ВР \hat{Z}^4 еженедельных максимальных цен на акции Сибнефти

На наш взгляд, достаточно одной лишь визуализации для осуществления сравнительного анализа нечетких множеств глубины памяти неагрегированных ВР (2.1) – (2.4) и соответствующих им агрегированных ВР (2.5) – (2.8). Фактически имеет место сильно выраженное соотношение подобия в следующих парах рисунков: рис. 2.12 и рис.2.20 (НМ ВР Z^1 и НМ ВР \hat{Z}^1); рис. 2.13 и рис.2.21 (НМ ВР Z^2 и НМ ВР \hat{Z}^2); рис. 2.14 и рис.2.22 (НМ ВР Z^3 и НМ ВР \hat{Z}^3); рис. 2.14 и рис.2.23 (НМ ВР Z^4 и НМ ВР \hat{Z}^4). Из этого соответствия подобия вытекает, что сформулированное в примечании 2.8 заключение о низкой трендоустойчивости ВР Z_{646}^1 в полной мере относится к каждому из четырех агрегированных ВР (2.5) – (2.8). Иными словами, процедура агрегирования с недельным интервалом фактически не привела к сколь-нибудь заметному улучшению предпрогнозных фрактальных характеристик полученных ВР (2.5) – (2.8). По этой причине используем повторную процедуру агрегирования, увеличивая вдвое параметр интервала агрегирования q .

2.5.3 Фрактальный анализ временных рядов двухнедельного интервала агрегирования

Повторное использование процедуры агрегирования для значения $q = 10$ можем осуществить на базе временных рядов (2.5) – (2.8), рассматривая пары соседних уровней и выбирая из них максимум:

$$\tilde{Z}_t^k = \max(\hat{z}_j^k, \hat{z}_{j+1}^k), \quad t = \frac{j+1}{2}, \quad t = \overline{1, \tilde{n}}, \quad \tilde{n} = \frac{1}{2}\hat{n} = \frac{1}{2}156 = 78. \quad (2.24)$$

Применяя процедуру агрегирования вида (2.24) к каждому из четырех ВР \hat{Z}^k , $k = \overline{1, 4}$, получаем соответственно новые агрегированные ВР \tilde{Z}^k , $k = \overline{1, 4}$, которые представлены выражениями (2.9) – (2.12). Графическое изображение этих ВР представлено соответственно на рисунках 2.24-2.27.

В результате применения представленного в п.2.4.2 алгоритма последовательного R/S - анализа к агрегированным ВР (2.9) – (2.12) получены оценки глубины памяти этих ВР. Графическое изображение этих оценок в виде соответствующих нечетких множеств представлено на рисунках 2.28-2.31.

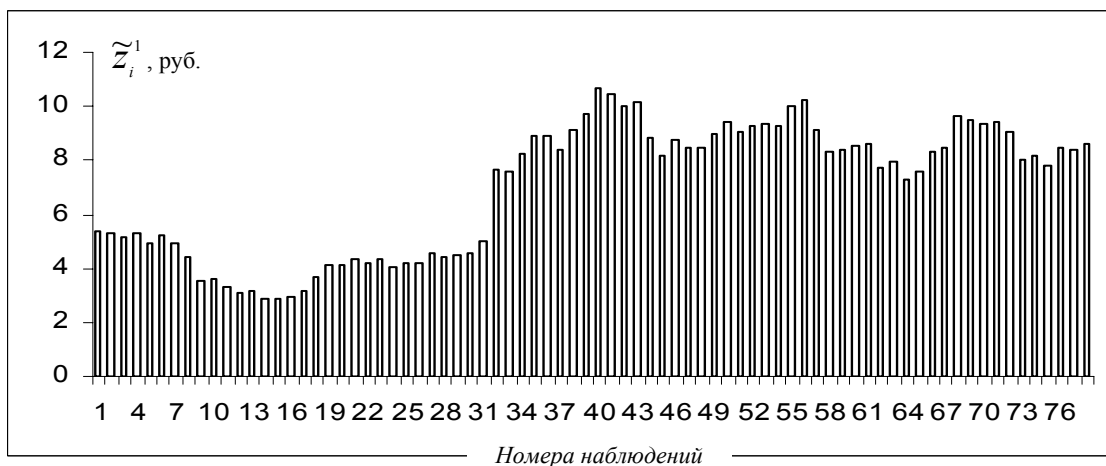


Рисунок 2.24 Графическое изображение ВР \tilde{Z}^1 двухнедельных максимальных цен на акции РАО ЕЭС

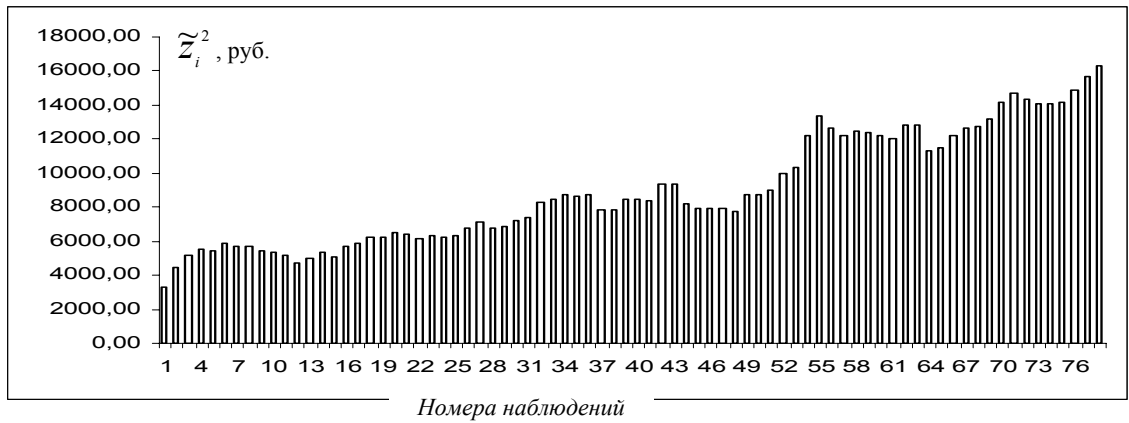


Рисунок 2.25 Графическое изображение ВР \tilde{Z}^2 двухнедельных максимальных цен на акции Сбербанка

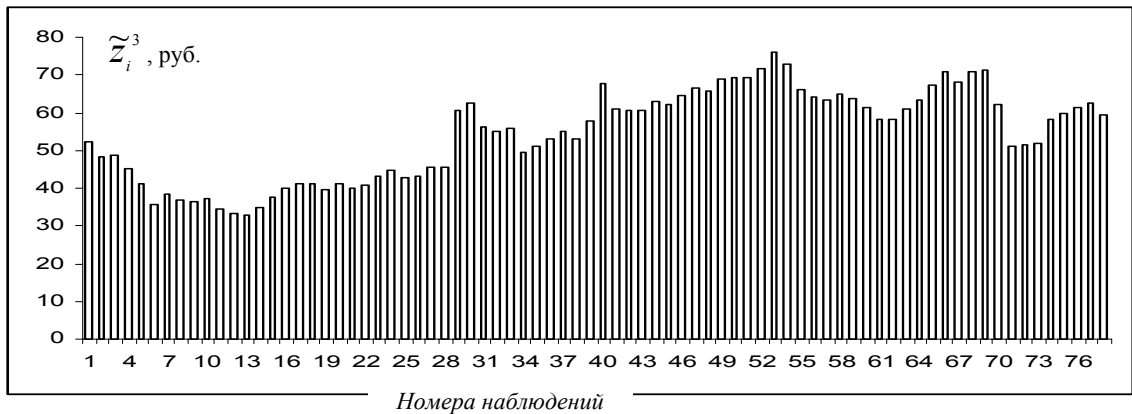


Рисунок 2.26 Графическое изображение ВР \tilde{Z}^3 двухнедельных максимальных цен на акции Ростелекома

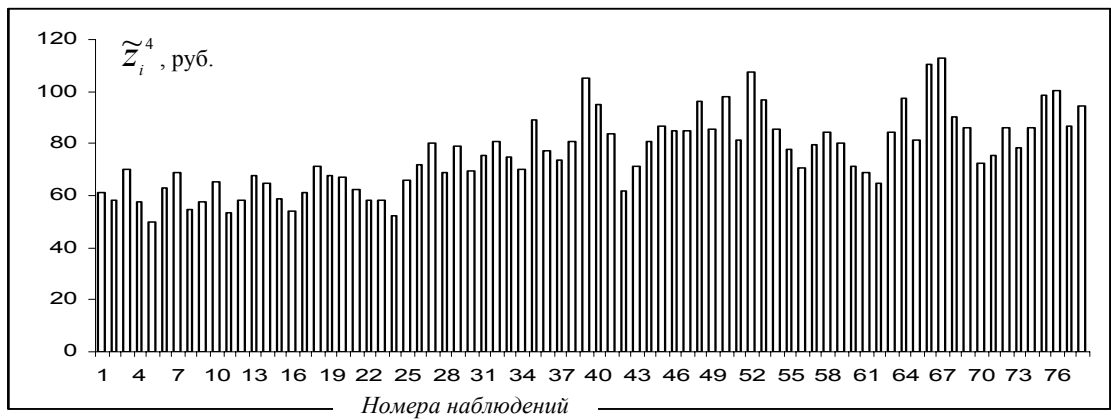


Рисунок 2.27 Графическое изображение ВР \tilde{Z}^4 двухнедельных максимальных цен на акции Сибнефти

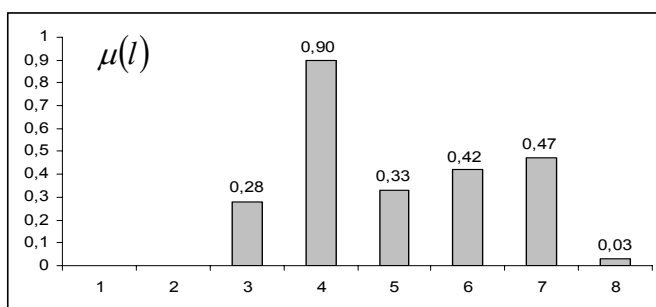


Рисунок 2.28 Гистограмма нечеткого множества $L(\tilde{Z}^1)$ глубины памяти ВР \tilde{Z}^1 двухнедельных максимальных цен на акции РАО ЕЭС

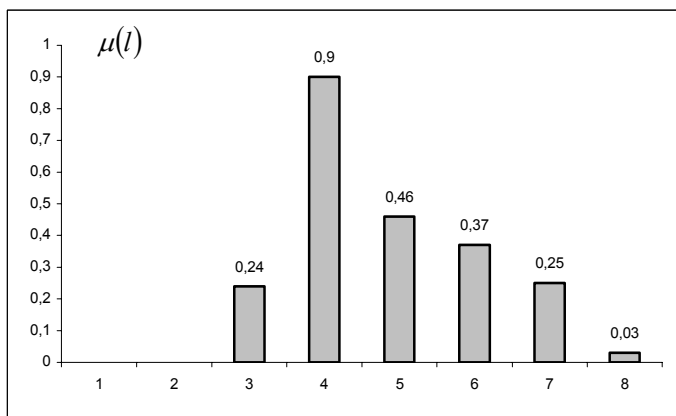


Рисунок 2.29 Гистограмма нечеткого множества $L(\tilde{Z}^2)$ глубины памяти ВР \tilde{Z}^2 двухнедельных максимальных цен на акции Сбербанка

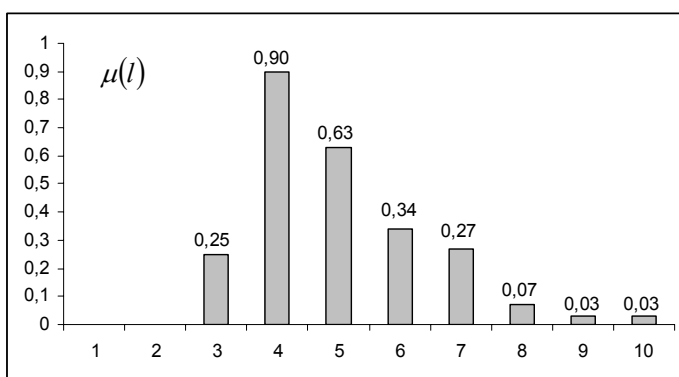


Рисунок 2.30 Гистограмма нечеткого множества $L(\tilde{Z}^3)$ глубины памяти ВР \tilde{Z}^3 двухнедельных максимальных цен на акции Ростелекома

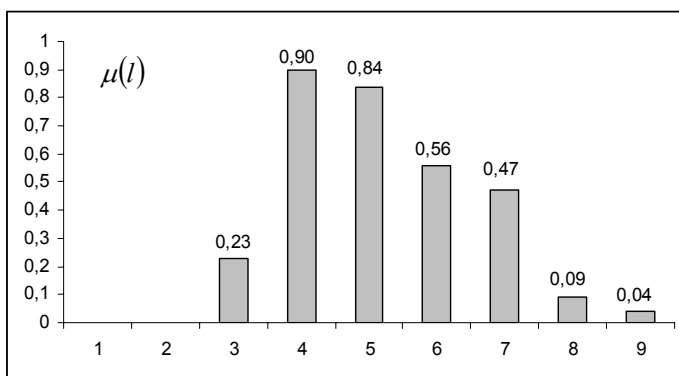


Рисунок 2.31 Гистограмма нечеткого множества $L(\tilde{Z}^4)$ глубины памяти ВР \tilde{Z}^4 двухнедельных максимальных цен на акции Сибнефти

Сравним рисунки 2.20 и 2.28, которые отражают собой глубину памяти агрегированных ВР соответственно для значений $q=5$ и $q=10$ ($q=5$ – недельный интервал агрегирования, $q=10$ – 2-недельный интервал агрегирования). Результат визуализации этих рисунков можно сформулировать следующим образом. Имеются все основания считать, что в контексте предпрогнозных характеристик трендоустойчивость ВР \tilde{Z}^1 (2-недельное агрегирование) улучшилось самым существенным образом по сравнению с трендоустойчивостью ВР \hat{Z}^1 (недельное агрегирование). Действительно, функция принадлежности для $l=3$ уменьшила свое значение с $\mu(3)=0,9$ до

$\mu(3) = 0,28$. При этом для ВР \tilde{Z}^1 значения $\mu(l)$ для всех $l \geq 4$ увеличились по сравнению с соответствующими значениями для ВР \tilde{Z}^1 . Аналогичное заключение имеет место и для остальных агрегированных ВР \tilde{Z}^k , $k = 2,3,4$. Таким образом, с помощью процедуры агрегирования представляется возможным существенным образом улучшить значения фрактальных предпрогнозных характеристик.

2.6 Результат сравнительного анализа эффективности агрегирования

Представляемые рисунками 2.12 – 2.15 нечеткие множества глубины памяти для временных рядов (2.1) – (2.4), записываются соответственно следующими выражениями:

$$L(Z^k) = \{l; \mu^k(l)\}, \quad l = \overline{3,10}; \quad k = \overline{1,4}, \quad (2.25)$$

где функция принадлежности $\mu^k(l)$ принимает строго положительные значения для всех $l \in \{3,4,\dots,10\}$, кроме $\mu^2(9) = \mu^3(10) = \mu^4(9) = \mu^4(10) = 0$. С целью последующих ссылок запишем:

- нечеткие множества глубины памяти агрегированных с интервалом $q = 5$ ВР (2.5) – (2.8), представляемых соответственно рисунками 2.20 – 2.23,

$$L(\hat{Z}^k) = \{l; \hat{\mu}^k(l)\}, \quad l = \overline{3,10}; \quad k = \overline{1,4}, \quad (2.26)$$

где функция принадлежности $\hat{\mu}^k(l)$ принимает строго положительные значения для всех $l \in \{3,4,\dots,10\}$, кроме $\hat{\mu}^2(10) = \hat{\mu}^3(10) = \hat{\mu}^4(9) = \hat{\mu}^4(10) = 0$;

- - нечеткие множества глубины памяти агрегированных с интервалом $q = 10$ ВР (2.9) – (2.12), представляемых соответственно рисунками 2.28 – 2.31,

$$L(\tilde{Z}^k) = \{l; \tilde{\mu}^k(l)\}, \quad l = \overline{3,10}; \quad k = \overline{1,4}, \quad (2.27)$$

где функция принадлежности $\tilde{\mu}^k(l)$ принимает строго положительные значения для всех $l \in \{3,4,\dots,10\}$, кроме $\tilde{\mu}^1(9) = \tilde{\mu}^1(10) = \tilde{\mu}^2(9) = \tilde{\mu}^2(10) = \tilde{\mu}^4(10) = 0$.

Как отмечено в примечании 2.8, наиболее информативным показателем, характеризующим степень трендоустойчивости рассматриваемых ВР является представленное в соответствующих НМ $L(Z^k)$, $L(\hat{Z}^k)$, $L(\tilde{Z}^k)$ значение функции принадлежности $\mu^k(l)$, $\hat{\mu}^k(l)$ и $\tilde{\mu}^k(l)$ для глубины памяти $l=3$. При этом условимся считать, что для исходных ВР (2.1) – (2.4) длина интервала агрегирования $q=1$. Для наглядности на рисунках 2.32 – 2.35 дано графическое представление динамики убывания значений функций принадлежности $\mu^k(3)$, $\hat{\mu}^k(3)$, $\tilde{\mu}^k(3)$, $k=\overline{1,4}$ с ростом длины интервала агрегирования q .

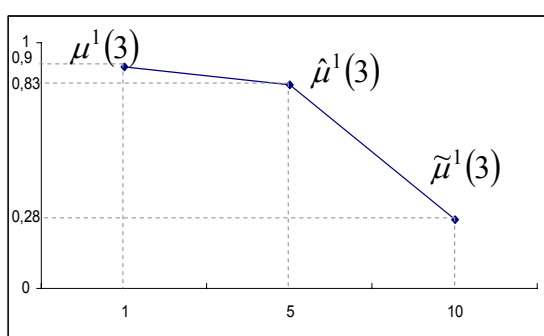


Рисунок 2.32 Динамика убывания значения функции принадлежности глубины $l=3$ с ростом интервала агрегирования для ВР котировки акций РАО ЕЭС

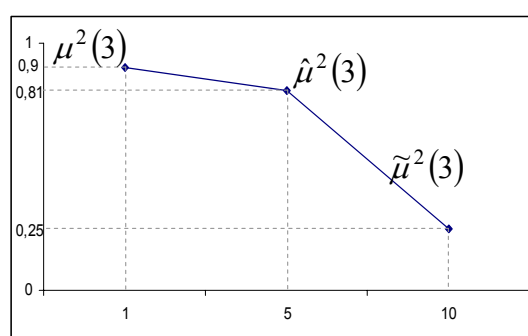


Рисунок 2.33 Динамика убывания значения функции принадлежности глубины $l=3$ с ростом интервала агрегирования для ВР котировки акций Сбербанка

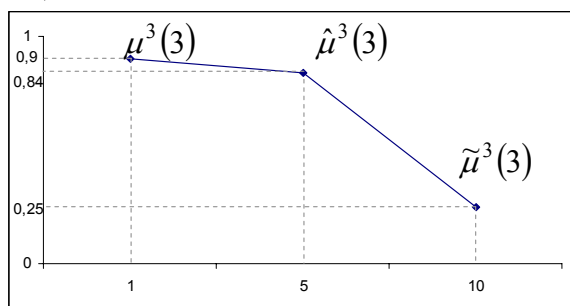


Рисунок 2.34 Динамика убывания значения функции принадлежности глубины $l=3$ с ростом интервала агрегирования для ВР котировки акций Ростелекома

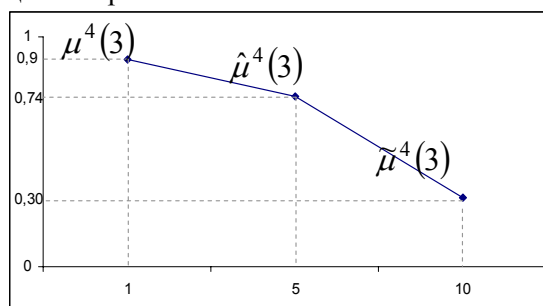


Рисунок 2.35 Динамика убывания значения функции принадлежности глубины $l=3$ с ростом интервала агрегирования для ВР котировки акций Сибнефти

Вторым по значению информативным показателем, характеризующим степень трендоустойчивости рассматриваемых ВР является значение центра тяжести (ЦТ) нечетких множеств (2.25), (2.26), (2.27). Значения ЦТ, обозначаемые через $c(Z^k)$, $c(\hat{Z}^k)$, $c(\tilde{Z}^k)$, вычисляются с помощью известных формул дефазификации [65]:

$$C(Z^k) = \frac{\sum_{l=3}^{10} l \cdot \mu^k(l)}{\sum_{l=3}^{10} \mu^k(l)}, \quad C(\hat{Z}^k) = \frac{\sum_{l=3}^{10} l \cdot \hat{\mu}^k(l)}{\sum_{l=3}^{10} \hat{\mu}^k(l)}, \quad C(\tilde{Z}^k) = \frac{\sum_{l=3}^{10} l \cdot \tilde{\mu}^k(l)}{\sum_{l=3}^{10} \tilde{\mu}^k(l)}, \quad k = \overline{1,4}.$$

Чем больше значение тяжести рассматриваемого ВР, тем большая степень трендоустойчивости присуща этому ВР. Для последующей оценки этой характеристики в зависимости от длины интервала агрегирования в табл. 2.1 представлены значения ЦТ нечетких множеств глубины памяти рассматриваемых ВР.

Таблица 2.3 Центры тяжести НМ глубин памяти при различных интервалах агрегирования

	Z	\hat{Z}	\tilde{Z}
РАО ЕЭС	4,22	4,32	5,00
Сбербанк	3,99	4,42	4,78
Ростелеком	4,11	4,43	4,98
Сибнефть	4,25	4,5	5,18

На рис.2.36 дано графическое представление динамики возрастания значений ЦТ глубины памяти рассматриваемых ВР в зависимости от возрастания длины интервала агрегирования q .

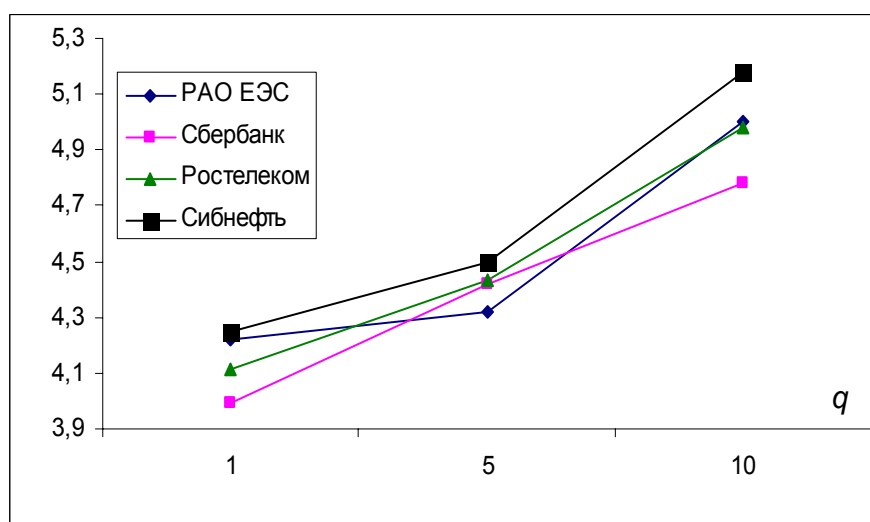


Рисунок 2.36 Динамика возрастания значений центров тяжести глубины памяти рассматриваемых ВР в процессе возрастания интервала агрегирования

2.7 Выводы к главе 2

В результате использования процедуры агрегирования получено улучшение предпрогнозных характеристик для каждого из четырех временных рядов котировки акций российских компаний. Этот результат не противоречит сути экономического содержания рассматриваемых финансово-экономических показателей. Таким образом, появляются основания рассматривать процедуру агрегирования в качестве перспективного инструмента для улучшения предпрогнозных характеристик экономических временных рядов, для которых классические подходы к прогнозированию оказываются недостаточно эффективными.

Глава 3 ПРЕДПРОГНОЗНЫЙ АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ НА БАЗЕ ФАЗОВЫХ ПОРТРЕТОВ И АГРЕГИРОВАНИЯ

3.1 Фазовые пространства и фазовые портреты

Отметим на дальнейшее, что в настоящей работе термин «эволюционный процесс» подразумевает определение такого понятия, как «фазовое пространство». Согласно установившимся представлениям, фазовое пространство означает совокупность мгновенных состояний рассматриваемой системы (экономической, технической, социальной, экологической и т.д.), снабженной определенной структурой в зависимости от рассматриваемых задач и поставленных целей. С математической точки зрения *фазовое пространство* – это множество с надлежащей структурой, элементы которого (фазовые точки) представляют (условно изображают) состояния системы. Чаще всего не делается различия между состояниями и изображающими их фазовыми точками в силу имеющего место изоморфизма между ними. Термин «эволюционный процесс» (или эволюция системы) означает хронологически упорядоченную последовательность точек фазового пространства, т.е. понятия «эволюционный процесс» и «эволюция системы» (изменение со временем ее состояний) рассматриваются как синонимы.

Математическая формализация понятий «эволюционный процесс» или «эволюция системы» обычно включает в качестве существенной части определение соответствующего фазового пространства (или класса фазовых пространств) [58,90]. Эволюция системы может быть строго детерминированной или иметь стохастический характер. При исследовании эволюционного процесса исходной информацией является временной ряд, т.е. упорядоченная последовательность наблюдений за значениями некоторого показателя. При этом число переменных, определяющих поведение процесса, и тип функции, описывающий это поведение, заранее неизвестны.

Пусть эволюционный процесс определяется векторным итерационным уравнением

$$\vec{Z}_{t+1} = F(\vec{Z}_t), \quad t=1,2,\dots \quad (3.1)$$

Здесь \vec{Z}_t - это вектор из n компонент, где n может быть очень большим числом и обычно включает много переменных, о которых мы ничего не знаем. Функция F в (1.3) переводит систему из одного момента времени в следующий, вид ее тоже неизвестен. Исследователь наблюдает временной ряд скалярных величин $z_t, \quad t=1,2,\dots,T$. Наблюдения генерируются в соответствии с некоторой функцией

$$z_t = h(Z_t). \quad (3.2)$$

Будем называть функцию h «функцией наблюдателя». Временной ряд образует траекторию, которая является плотной на аттракторе [55,90,92,93]. Для получения сведений об исходной системе нам нужен некоторый способ, с помощью которого мы сможем возвращаться от наблюдаемой к исследуемой системе. Этот способ осуществляется путем построения фазовой траектории [58,90], или, в другой терминологии, фазового портрета [45] размерности ρ :

$$\Phi_\rho(\vec{Z}) = \{(z_t, z_{t+1}, \dots, z_{t+\rho-1})\}, \quad t=1,2,\dots,T. \quad (3.3)$$

Термины «фазовый портрет» или «фазовая траектория» обычно подразумевают, что соседние точки множества (3.3) для наглядности соединены отрезками прямой или кривой линии. Объективную информацию о характере поведения эволюционного процесса (3.1) исследователь может получить через наблюдения (3.2), опираясь на замечательную теорему Такенса [21]: если система, которая порождает временной ряд, является n - размерной, и обеспечено выполнение неравенства $\rho \geq 2n + 1$, тогда в общем случае фазовые траектории воссоздают динамику исследуемой системы. Существует диффеоморфизм [90] между фазовыми траекториями и истинными данными, порождаемыми системой. Этот замечательный результат позволяет делать выво-

ды о поведении системы, опираясь на данные наблюдений, и, более того, получать информацию для прогнозирования этого поведения.

В отличие от наиболее изученных дифференцируемых динамических систем в настоящей работе рассматриваем эволюционные процессы, которым присуще дискретное изменение наблюдаемых показателей во времени, т.е. изменения, происходящие в определенные промежутки времени (скачки). В этом случае соответствующее фазовое пространство является дискретным, а упорядоченная во времени последовательность значений наблюдаемого процесса называется временным рядом. Если эволюционный процесс, точнее, изменение во времени его состояний подчиняется некоторым вероятностным закономерностям, то его принято называть стохастическим процессом.

Особого внимания заслуживают «кусочно-полиномиальные» подходы к представлению фазовых траекторий. Среди этих подходов, вероятнее всего, наиболее перспективным является использование сплайн функций [46,127] или, кратко, сплайнов. Отличительная особенность сплайнов заключается в том, что они состоят из отрезков степенного полинома малого порядка (степени). Эти отрезки сходятся в заданных узловых точках процесса (узлах решетчатой функции). Необходимой составной частью такого подхода является «сшивка» кусков сплайн-функции значениями самой функции и значениями ее производных. Такая структура сплайна автоматически собирает его отдельные фрагменты в единый ансамбль.

3.2 Фазовые портреты исходных временных рядов котировки акций

В процессе моделирования временных рядов методами нелинейной динамики (теории хаоса) [21,145], по-видимому, наиболее важным вопросом является вопрос о том, содержит траектория рассматриваемого ВР аттрактор (странный аттрактор) [21,145]. Для обоснования ответа на этот вопрос к настоящему времени разработан ряд алгоритмов и тестов (вычисление корреляционной размерности, максимального показателя Ляпунова, К-энтропии

Колмогорова, BDS-тест, тест остатков Брока), общее описание которых можно найти в [21,145]. Вышеуказанные методы получили название метрических тестов. К последним относится также инструментарий фрактального анализа [80,110,144].

Следует отметить достаточно высокую методическую и вычислительную сложность реализации метрических тестов. По этой причине они до настоящего времени не находили должного применения в реальном экономико-математическом моделировании. Судя по ряду публикаций, можно говорить о наметившейся тенденции использования так называемых графических тестов в процессе моделирования социально-экономических ВР методами нелинейной динамики. Можно упомянуть графический тест хаоса [145], предложенный Гилмором. Этот тест выявляет неустойчивые квазипериодические периоды, заключенные в странном аттракторе. Для обнаружения таких орбит в рассматриваемом ВР наиболее удобным по своей реализации нам представляется подход, который можно называть термином «разложение фазового портрета на квазициклы».

Рассмотрим какой-либо ВР $Z = \langle z_i \rangle$, $i = \overline{1, n}$ и последовательность его отрезков $(z_i, z_{i+1}, \dots, z_{i+M-1})$, $i = 1, 2, \dots, n - M + 1$, называемых M -историями [35]. Здесь число M представляет собой размерность фазового портрета, который определяется в виде множества

$$\Phi_M(Z) = \{(z_i, z_{i+1}, \dots, z_{i+M-1})\}, \quad i = 1, 2, \dots, n - M + 1. \quad (3.4)$$

В настоящей работе мы ограничимся фазовым портретом размерности $M = 2$, в частности, для ВР Z он определяется выражением

$$\Phi_2(Z) = \{(z_i, z_{i+1})\}, \quad i = 1, 2, \dots, n - 1. \quad (3.5)$$

В целях визуализации на рисунках 3.1–3.4 дано графическое представление фазовых портретов ВР (2.1)–(2.4).

Упомянутое выше разложение фазового портрета на квазициклы в существенной мере базируется на визуализации графического представления (на экране дисплея) фрагментов данного фазового портрета. При этом при-

нимается во внимание характер вращения звеньев, соединяющих соседние точки (x_i, x_{i+1}) , (x_{i+1}, x_{i+2}) визуализируемого фрагмента рассматриваемого фазового портрета. Определение термина «квазицикл» в некотором смысле близко к определению общепринятого понятия «цикл». Различие между этими двумя понятиями состоит в том, что начальная и конечная точки квазицикла не обязательно должны совпадать. Конечная точка квазицикла определяется ее входением в окрестность начальной точки. При этом допускается самопересечение начального и конечного звеньев квазицикла, если это приводит к наилучшему сближению его начальной и конечной точек.

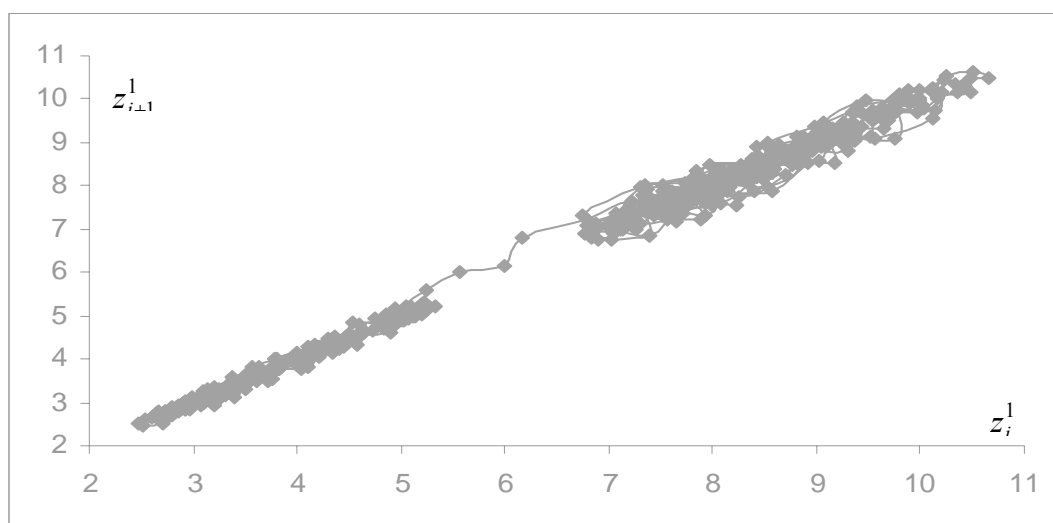


Рисунок 3.1 Фазовый портрет временного ряда Z^1 котировки акций РАО ЕЭС (2.1)

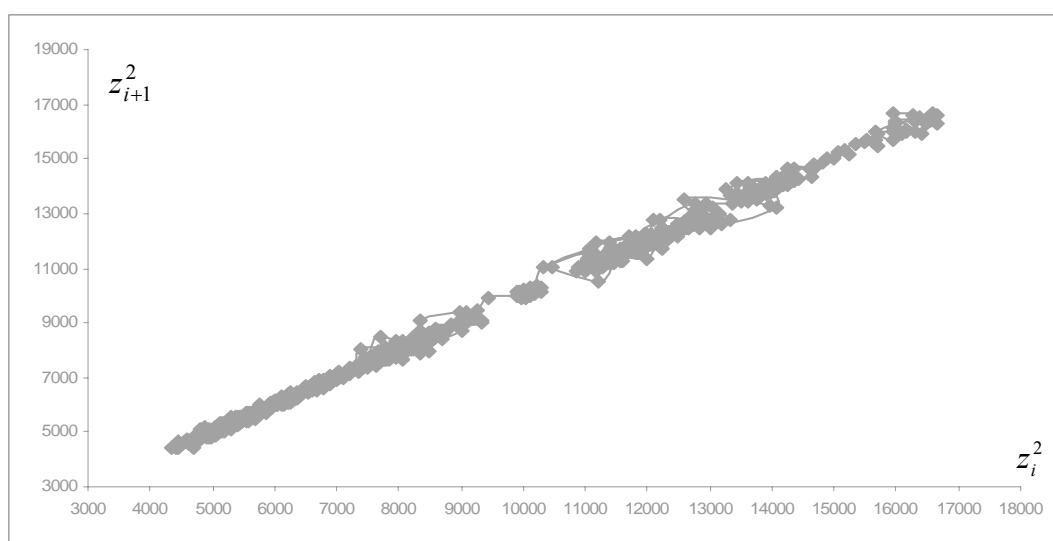


Рисунок 3.2 Фазовый портрет временного ряда Z^2 котировки акций Сбербанка (2.2)

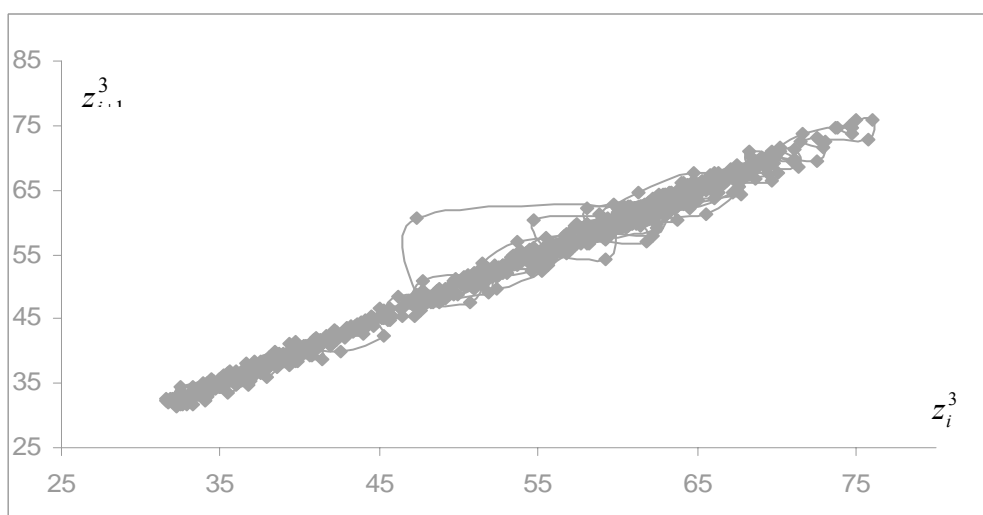


Рисунок 3.3 Фазовый портрет временного ряда Z^3 котировки акций Ростелеком (2.3)

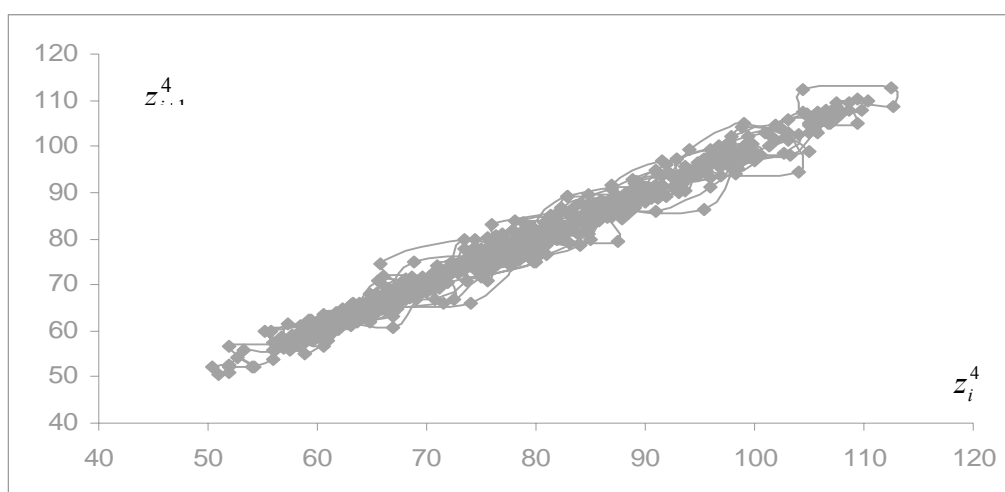


Рисунок 3.4 Фазовый портрет временного ряда Z^4 котировки акций Сибнефти (2.4)

Для каждого из представленных на рисунках 3.1 – 3.4 фазовых портретов осуществлено разложение их на квазициклы. На рис.3.5 представлены типичные квазициклы, составляющие большинство в указанных разложениях. Характерной особенностью этих квазициклов является то, что при малой их длине они содержат такие пары соседних звеньев, которые имеют противоположное направление вращения (см.рис.3.5 (а)). Вторая особенность рассматриваемых фазовых портретов состоит в том, что они содержат такие достаточно продолжительные отрезки траектории, в которых отсутствует цикличность (см.рис.3.5 (б)). Эти две особенности подтверждают полученный с помощью фрактального анализа и сформулированный в главе 2, п.

2.5.1 вывод о «плохих» предпрогнозных характеристиках рассматриваемых временных рядов (2.1) – (2.4) котировки акций российских компаний.

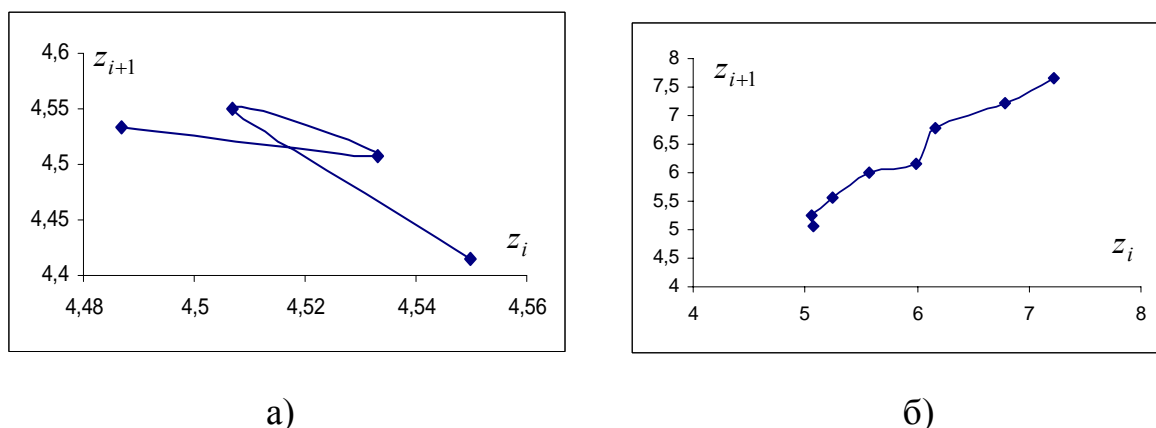


Рисунок 3.5 Типичные квазициклы во временных рядах Z^k , $k = \overline{1,4}$

Таким образом, из фазового анализа этих ВР вытекает необходимость применения к ним процедуры агрегирования с целью улучшения их предпрогнозных характеристик.

3.3 Фазовые портреты временных рядов котировки акций, агрегированных недельными интервалами

С целью улучшения свойства цикличности в рассматриваемых временных рядах Z^k , $k = \overline{1,4}$ котировки акций применим описанную ранее процедуру агрегирования (2.2) с интервалом агрегирования $q = 5$ (недельный интервал агрегирования). На рисунках 3.6-3.9 приведены фазовые портреты временных рядов агрегированных недельных котировок акций.

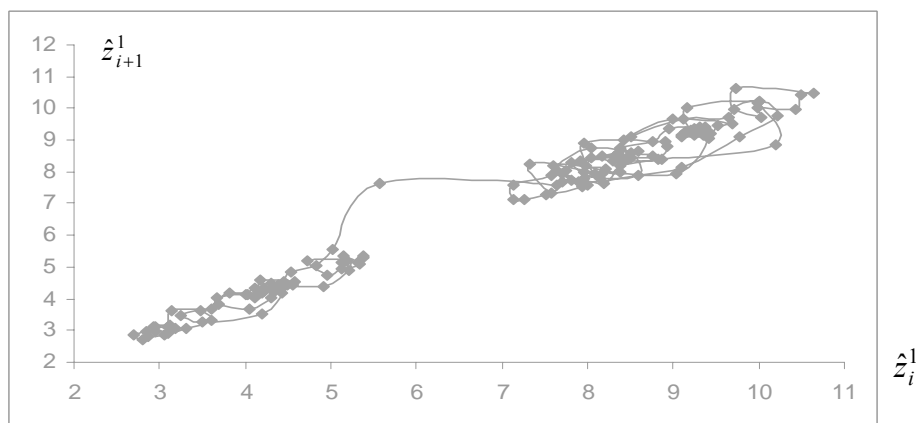


Рисунок 3.6 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 5$ временного ряда \hat{Z}^1 котировки акций РАО ЕЭС

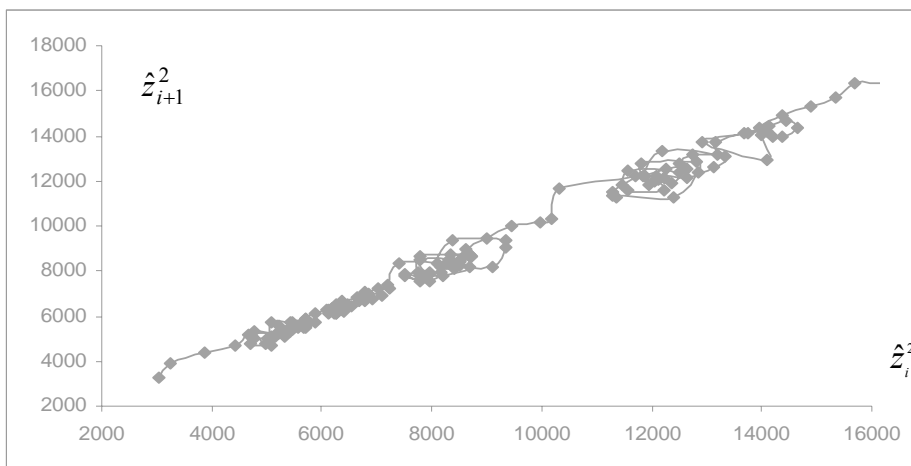


Рисунок 3.7 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 5$ временного ряда \hat{Z}^2 котировки акций Сбербанка

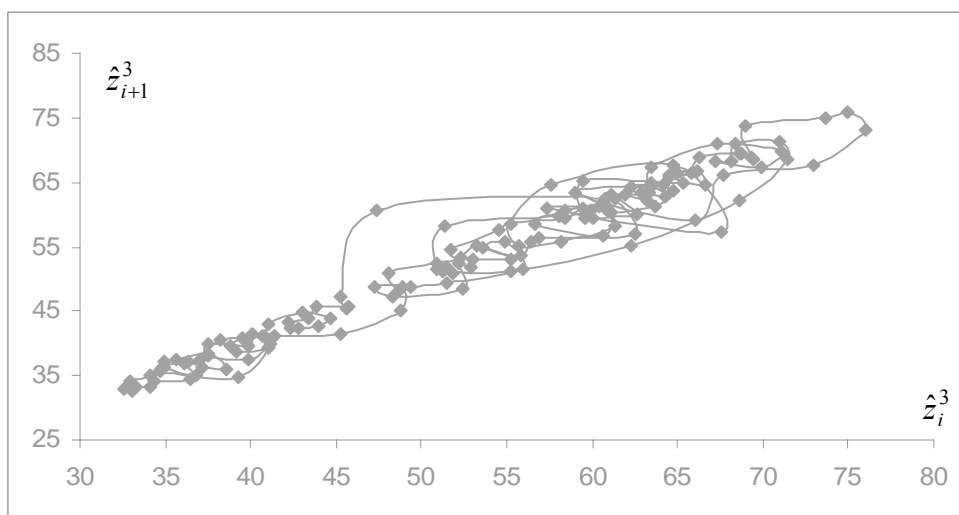


Рисунок 3.8 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 5$ временного ряда \hat{Z}^3 котировки акций Ростелекома

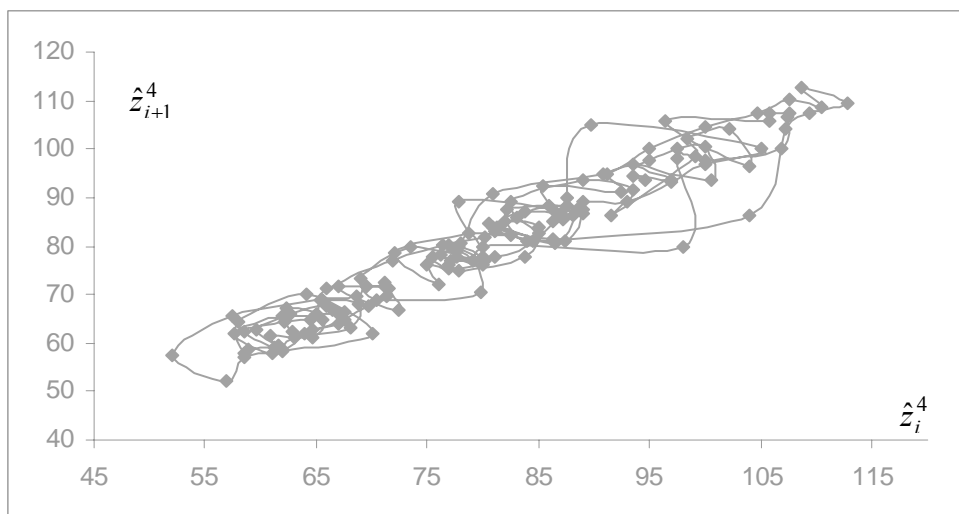


Рисунок 3.9 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 5$ временного ряда \hat{Z}^4 котировки акций Сибнефти

Для каждого из представленных на рисунках 3.6 – 3.9 фазовых портретов осуществлено разложение их на квазициклы. На рис.3.10 представлены типичные квазициклы, составляющие большинство в указанных разложениях. Характерной особенностью этих квазициклов является то, что при малой их длине они содержат такие пары соседних звеньев, которые имеют противоположное направление вращения (см.рис.3.10).

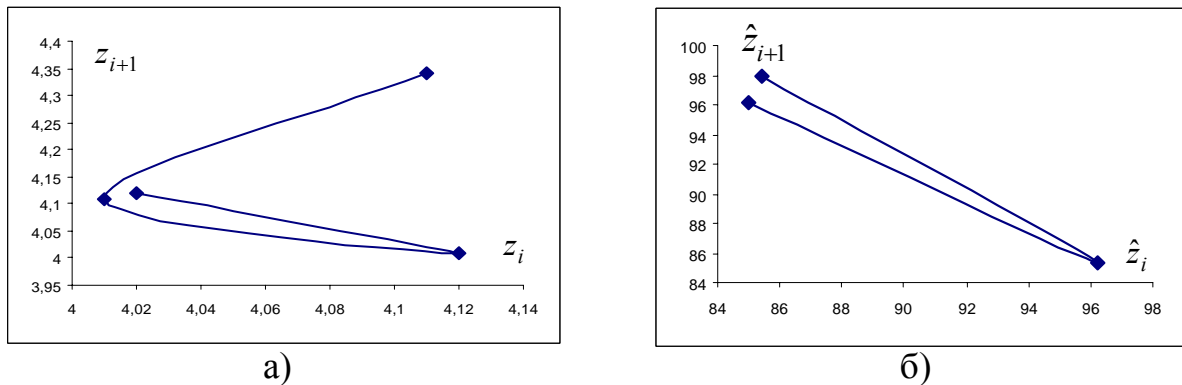


Рисунок 3.10 Типичные квазициклы во временных рядах $\hat{Z}^k, k = \overline{1,4}$

Из визуализации квазициклов фазовых портретов агрегированных временных рядов $\hat{Z}^k, k = \overline{1,4}$ на рисунках 3.6–3.9 вытекает, что процедура агрегирования с интервалом $q = 5$ фактически не привела к сколь-нибудь заметному улучшению предпрогнозных характеристик, в частности, цикличности агрегированных ВР (2.5) – (2.8). По этой причине используем повторную процедуру агрегирования, увеличивая вдвое параметр интервала агрегирования q .

3.4 Фазовые портреты временных рядов котировки акций, агрегированных двухнедельными интервалами

На рисунках 3.11–3.14 представлены фазовые портреты $\Phi_2(\tilde{Z}^k), k = \overline{1,4}$, агрегированных с интервалом $q = 10$ временных рядов (2.9)–(2.12). В результате разложения этих фазовых портретов на квазициклы $K_r^k, r = \overline{1, m_k}, k = \overline{1,4}$ выяснилось, что они характеризуются достаточно хорошими предпрогнозными свойствами. На рисунках 3.15–3.18 изображены квазициклы фазовых

портретов агрегированных двухнедельным интервалом временных рядов \tilde{Z}^k , $k = \overline{1,4}$ котировки акций четырех российских компаний.

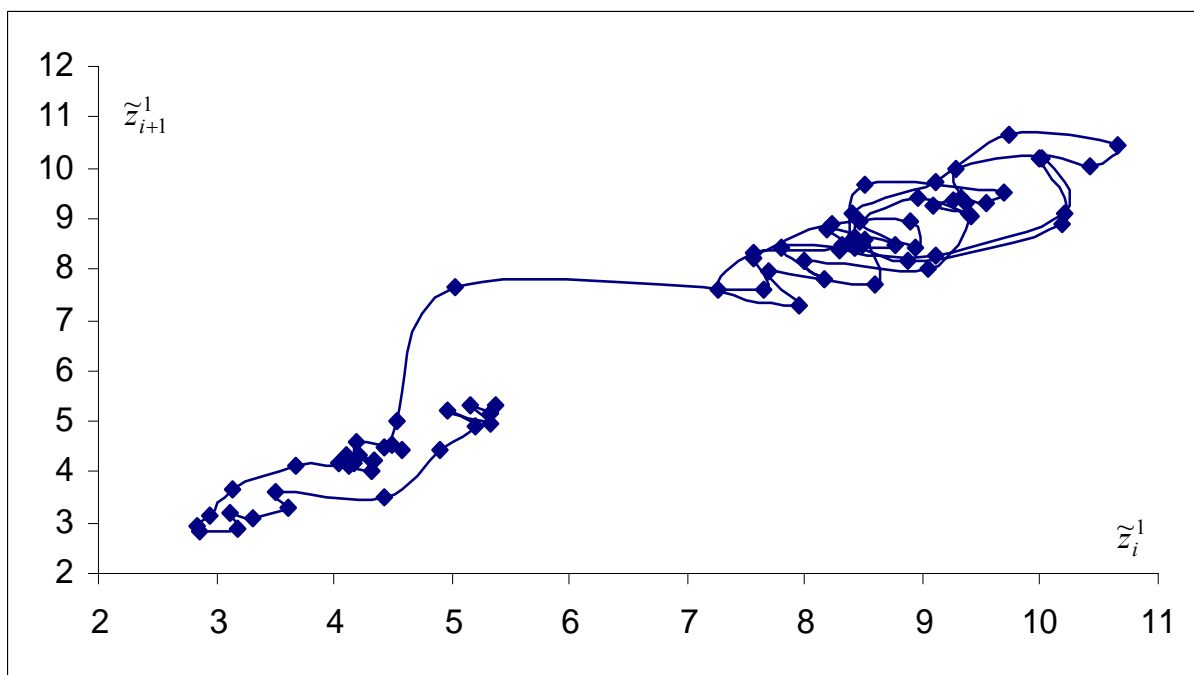


Рисунок 3.11 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^1 котировки акций РАО ЕЭС

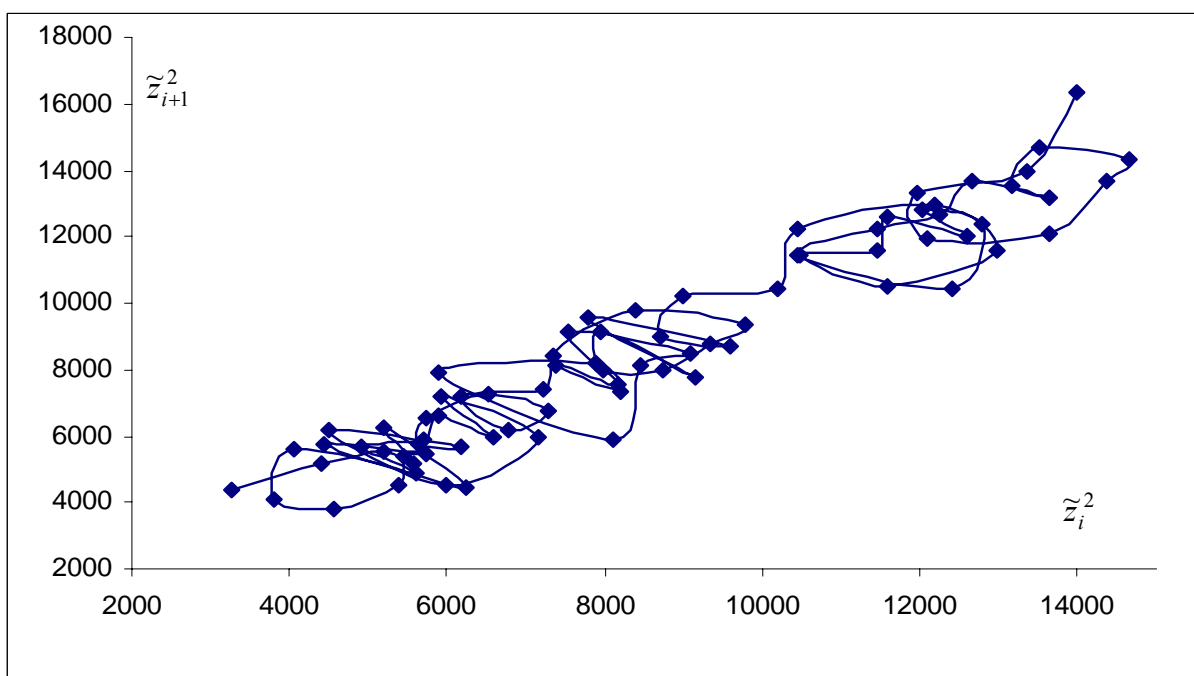


Рисунок 3.12 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^2 котировки акций Сбербанка

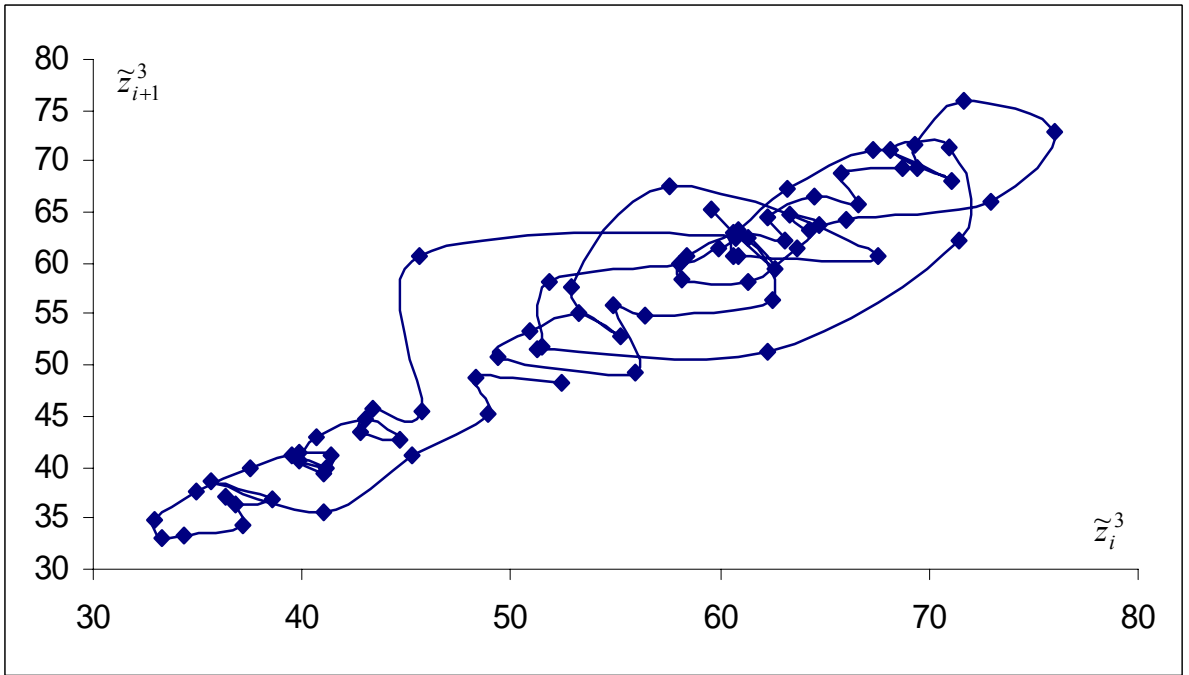


Рисунок 3.13 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^3 котировки акций Ростелекома

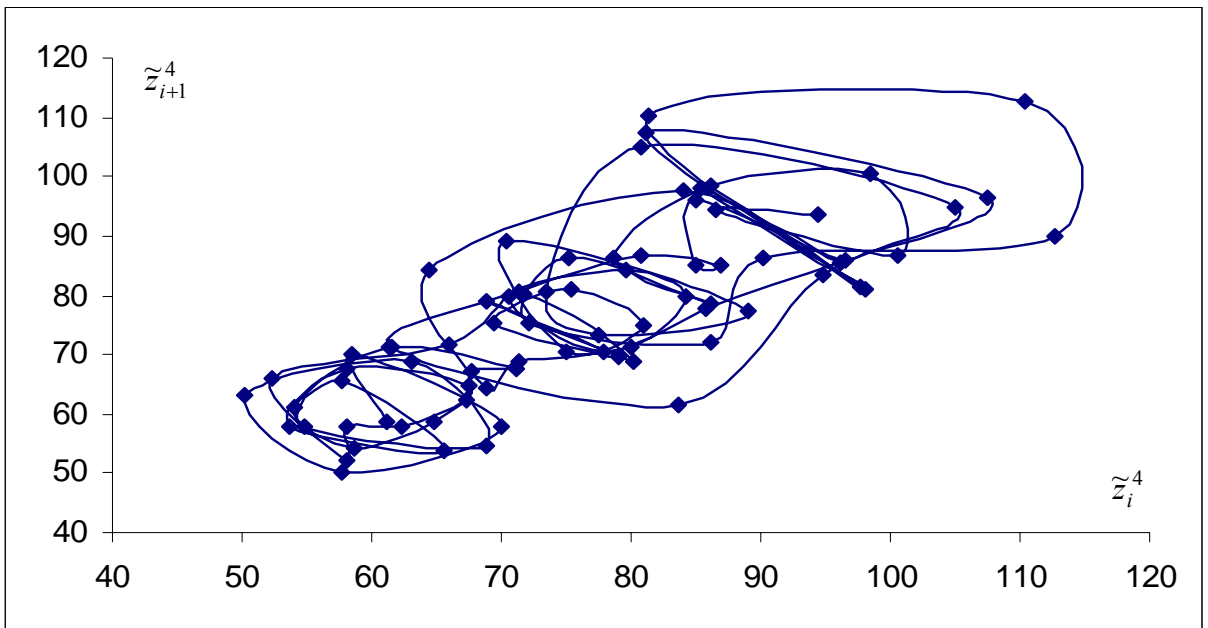
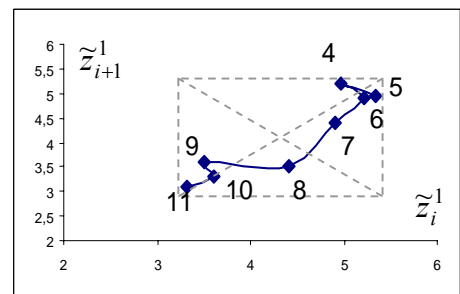
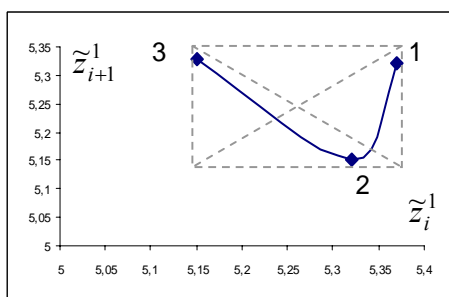


Рисунок 3.14 Фазовый портрет агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^4 котировки акций Сибнефти



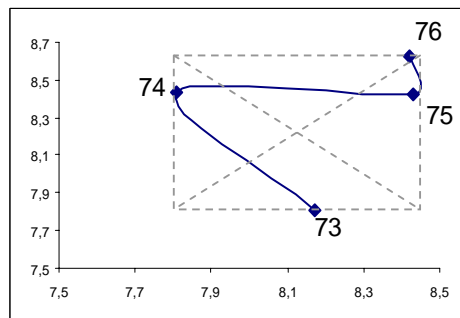
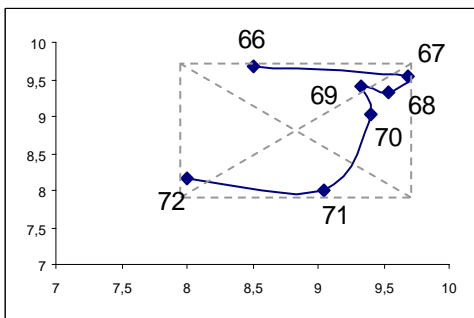
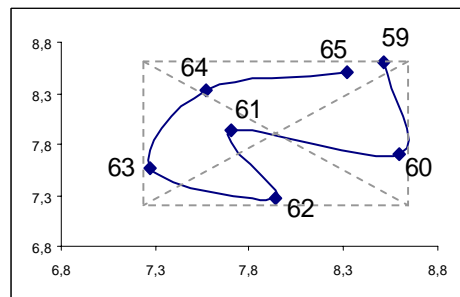
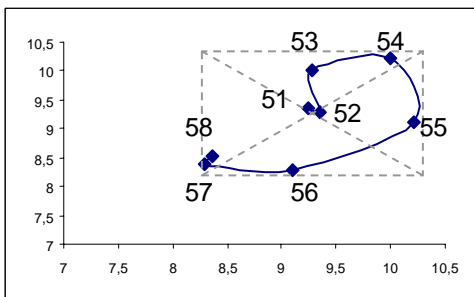
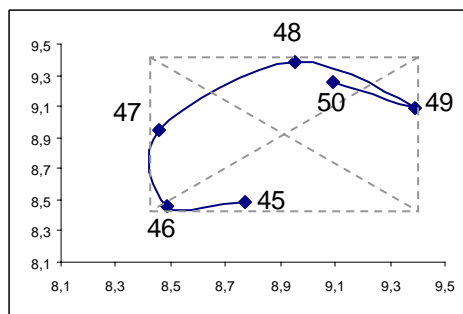
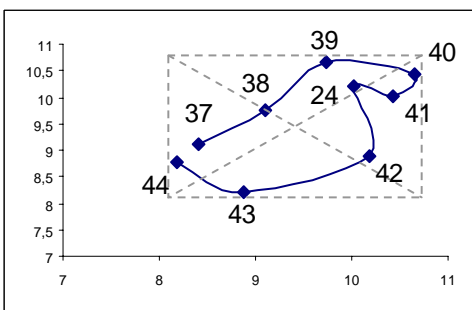
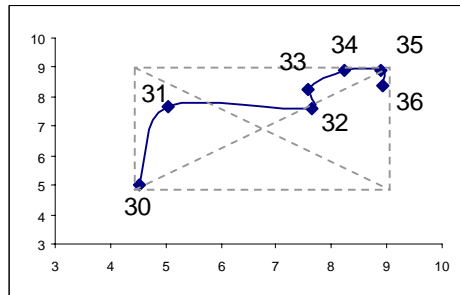
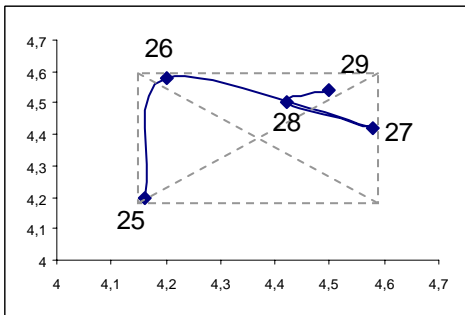
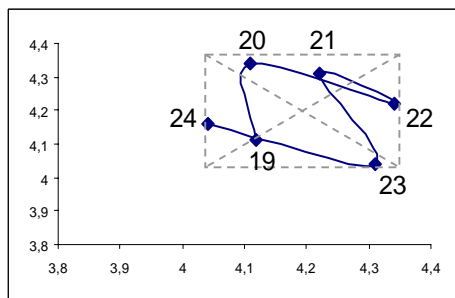
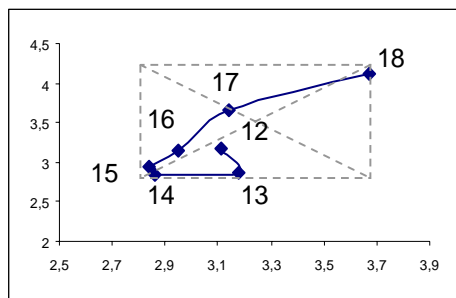


Рисунок 3.15 Квазициклы K_r^1 , $r = \overline{1,12}$ агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^1 котировки акций РАО ЕЭС

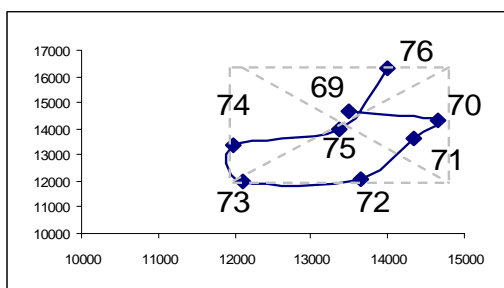
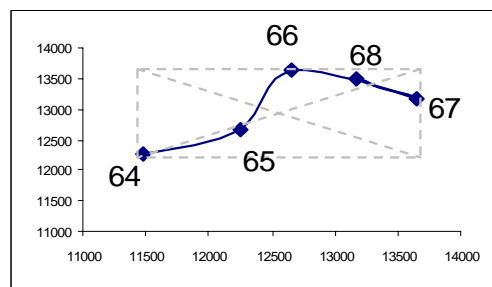
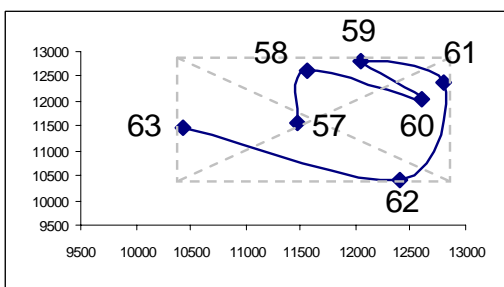
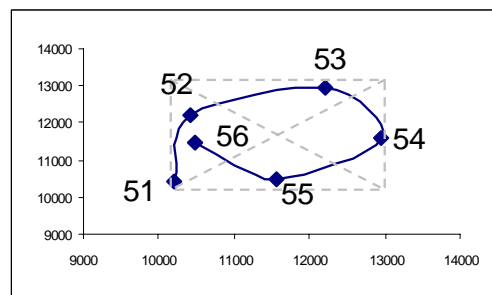
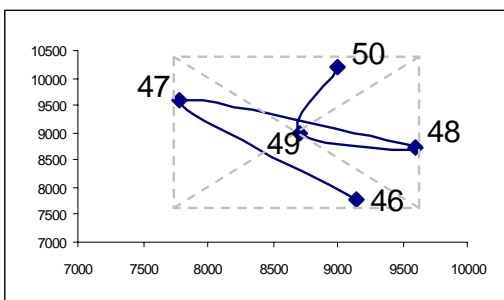
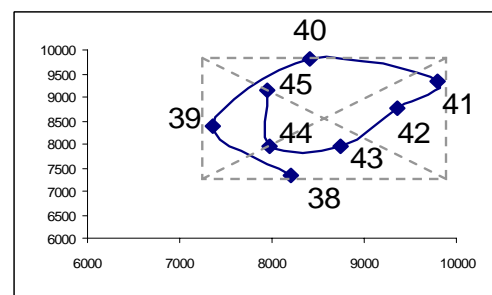
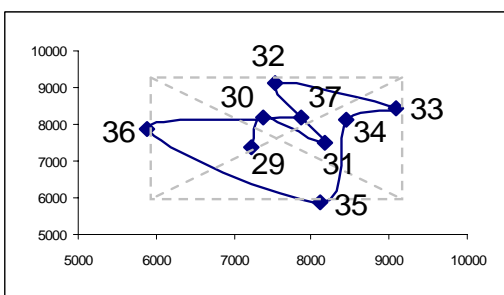
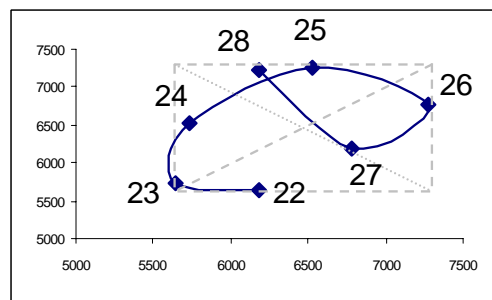
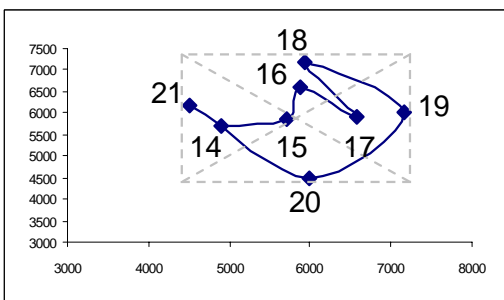
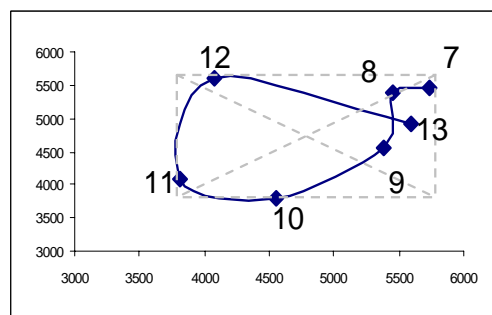
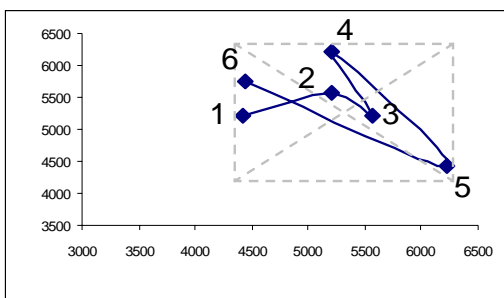
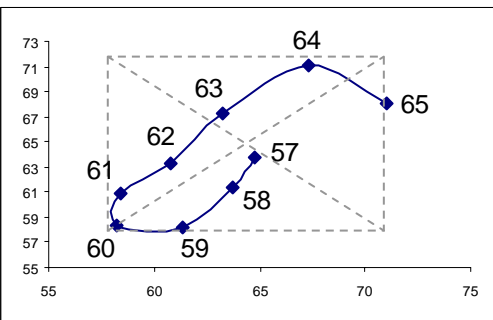
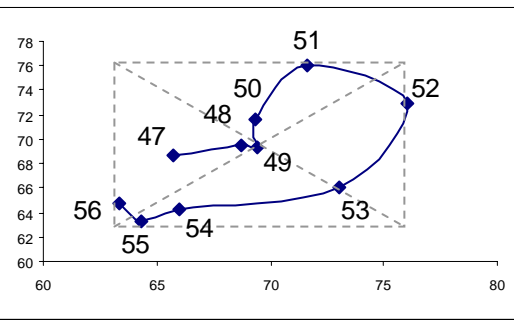
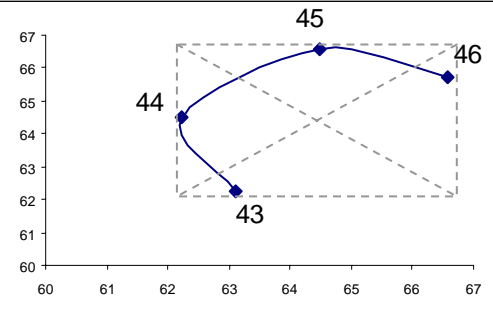
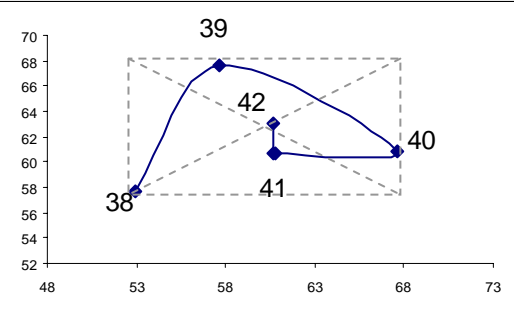
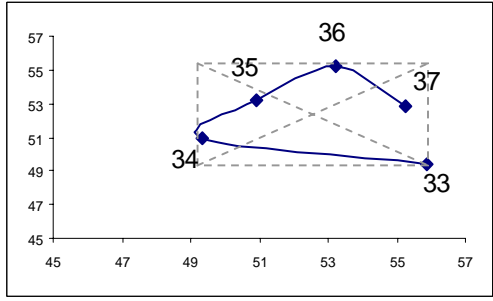
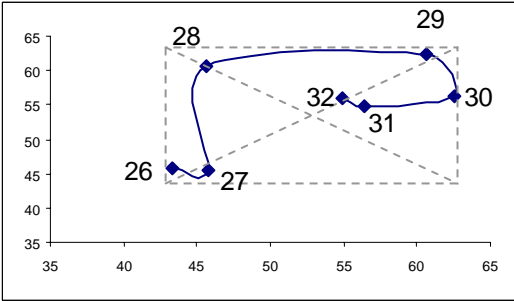
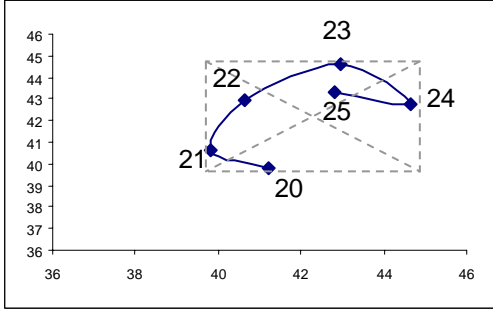
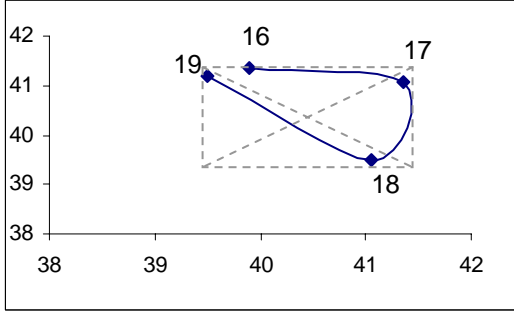
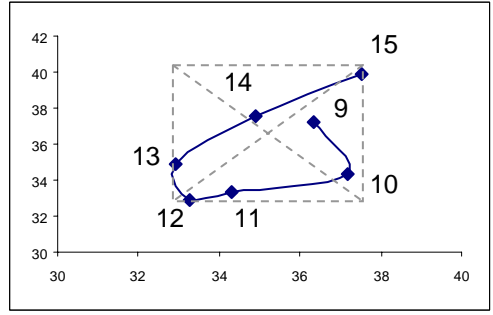
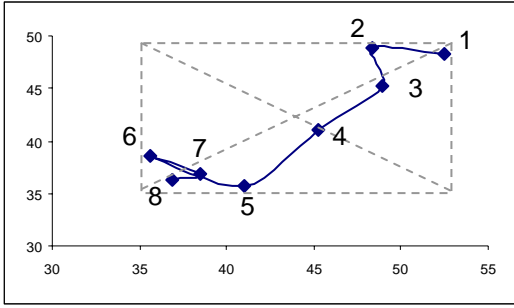


Рисунок 3.16 Квазициклы K_r^2 , $r = \overline{1,11}$ агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^2 котировки акций Сбербанка



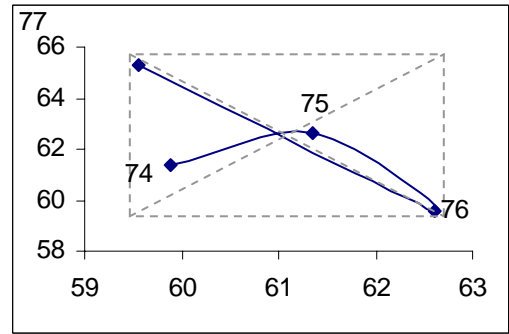
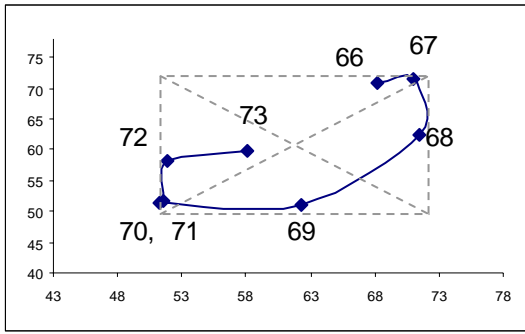
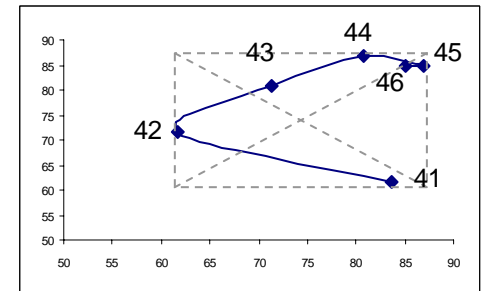
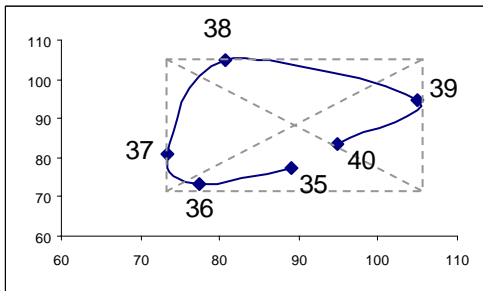
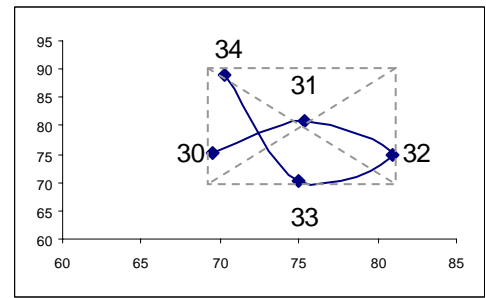
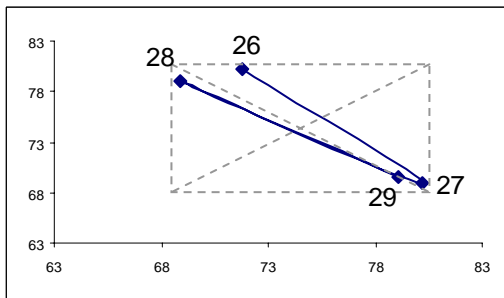
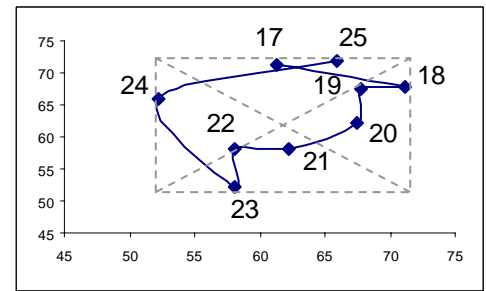
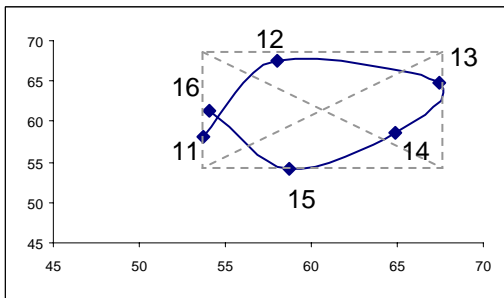
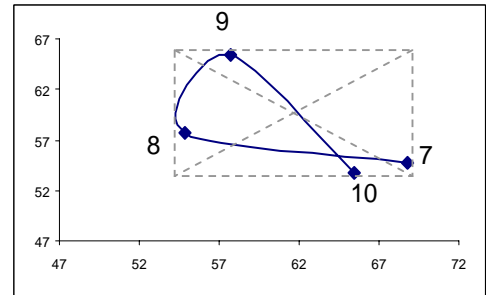
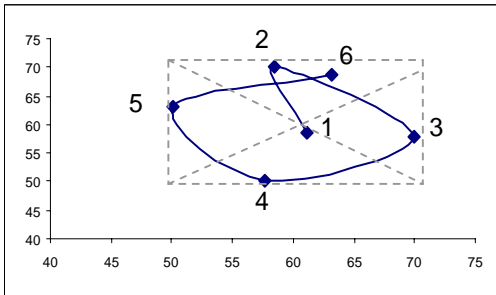


Рисунок 3.17 Квазициклы K_r^3 , $r = \overline{1,12}$ агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^3 котировки акций Ростелекома



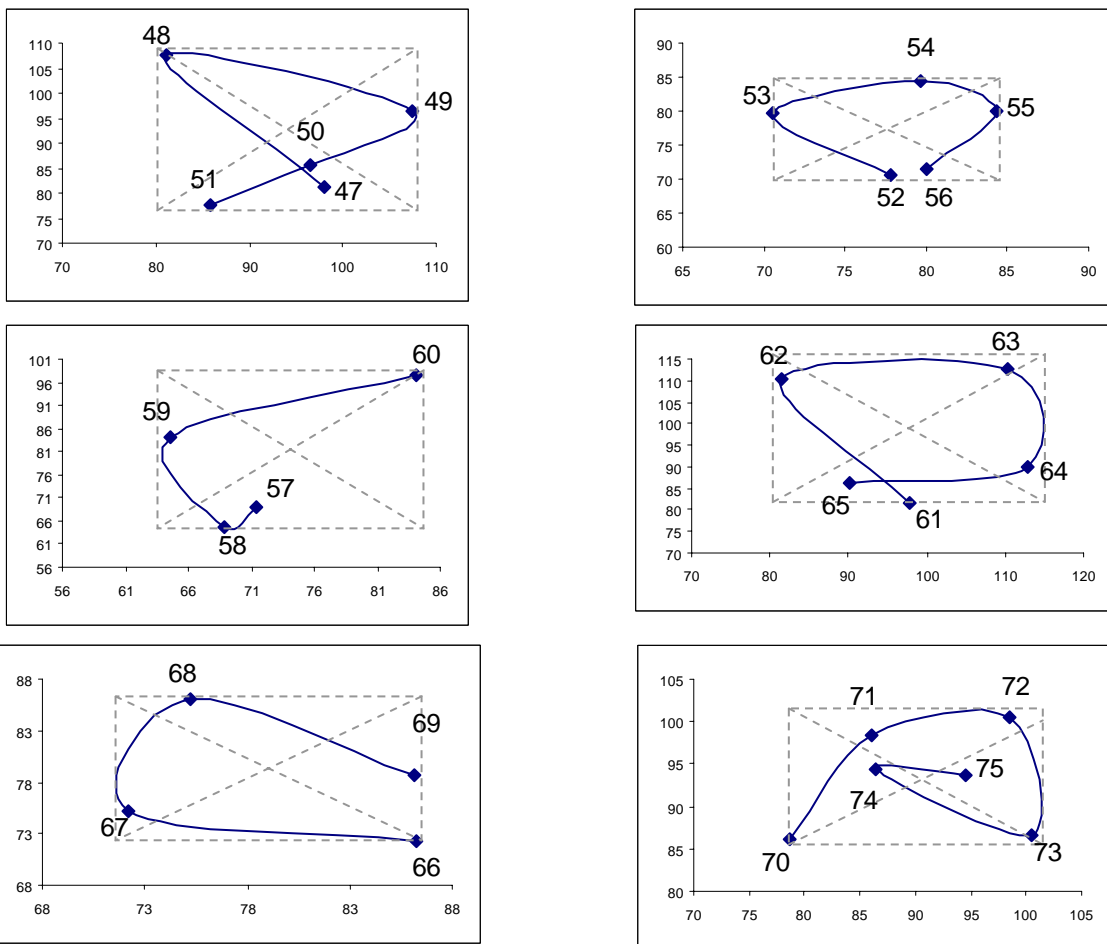


Рисунок 3.18 Квазициклы K_r^4 , $r = \overline{1,14}$ агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^4 котировки акций Сибнефти

В таблице 3.1 приведены результаты разложения временных рядов \tilde{Z}^k , $k = \overline{1,4}$ на квазициклы K_r^k , $r = \overline{1, m_k}$, $k = \overline{1,4}$.

Таблица 3.1

Порядковый номер r квазицикла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Длина n_r^1 квазицикла K_r^1	3	8	7	6	5	7	9	6	8	7	7	4	–	–
Длина n_r^2 квазицикла K_r^2	6	7	8	7	9	8	5	6	7	5	8	–	–	–
Длина n_r^3 квазицикла K_r^3	6	4	6	9	4	5	6	6	5	5	4	5	4	6
Длина n_r^4 квазицикла K_r^4	8	7	4	6	7	5	6	4	10	9	8	4	–	–

На основании визуализации и анализа разложения фазовых портретов $\Phi_2(\tilde{Z}^k)$, $k = \overline{1,4}$ (см. рис.3.11–3.14) на квазициклы, представленные на рисун-

ках 3.15–3.18, сформулируем выводы о предпрогнозной информации, получаемой на базе анализа фазовых портретов, а также улучшения характеристик этой информации путем использования процедуры агрегирования.

3.5 Предпрогнозный анализ временных рядов на базе их фазовых портретов и агрегирования

На рисунках 3.15–3.18 все квазициклы помещены в габаритные прямоугольники. Построение такого прямоугольника состоит из следующих операций. Сначала в рассматриваемых квазициклах K_r^k выделяются две точки: первая с минимальным значением абсциссы, вторая – с максимальным значением абсциссы; через эти выделенные точки проводим (пунктиром) отрезки прямых, параллельные оси ординат. Далее, в квазицикле K_r^k выделяются две точки: первая – с минимальным значением ординаты, вторая – с максимальным значением ординаты; через эти выделенные точки проводим (пунктиром) отрезки прямых, параллельных оси абсцисс. Пересечение построенных двух пар параллельных прямых образует искомый габаритный прямоугольник для рассматриваемого квазицикла K_r^k ; центр этого квазицикла представляется точкой пересечения диагоналей габаритного прямоугольника. В каждом габаритном прямоугольнике точка пересечения его диагоналей представляет центр вращения соответствующего квазицикла.

Рассматривая направление вращения звеньев квазициклов на рисунках 3.15–3.18 (по часовой стрелке или против часовой стрелки), отметим, что явное большинство звеньев имеют направление вращения по часовой стрелке. Вместе с тем, на каждом из этих рисунков представлены квазициклы, в которых некоторые звенья имеют направление вращения против часовой стрелки.

Для всякого ВР представляемую его фазовым портретом предпрогнозную информацию можно разделить на 3 группы. Первую группу составляет прогнозная информация, которая представляется разложением ФП этого ВР

на квазициклы (см. рисунки 3.15–3.18 для ВР, рассматриваемых в настоящей работе).

Вторую группу составляет прогнозная информация, представляемая траекториями дрейфа центров квазициклов, представленных на рисунках 3.15–3.18. Номера точек на этих траекториях совпадают с номерами r соответствующих квазициклов K_r^k , а координаты (x_r^k, y_r^k) , т.е. абсциссы и ординаты этих точек представляют собой координаты центров соответствующих квазициклов в фазовом пространстве $\Phi_2(\tilde{Z}^k)$, $1 \leq k \leq 4$.

Фазовый анализ многочисленных временных рядов показал, что центры габаритных прямоугольников представляют собой либо точки на биссектрисе положительного ортанта, которые находятся в узкой ε -окрестности этой биссектрисы. Иллюстративным примером для этого утверждения служит рис. 3.19. С целью повышения эффективности визуализации этой траектории целесообразно строить фазовый анализ портрет для временного ряда, состоящего из значений абсцисс x_r^k , $r = 1, 2, \dots, R^k$, где R^k – число квазициклов, полученных при разложении фазового портрета $\Phi_2(\tilde{Z}^k)$.

На рисунках 3.19, 3.21, 3.23 и 3.25 дано графическое изображение траекторий дрейфа центров габаритных прямоугольников квазициклов, полученных при разложении фазовых портретов $\Phi_2(\tilde{Z}^k)$, $k = \overline{1, 4}$, а также фазовых портретов этих траекторий.

Третью группу составляет предпрогнозная информация, представляемая траекторией дрейфа полупериметров габаритных прямоугольников квазициклов, полученных в результате разложения рассматриваемого ФП, а также фазовым портретом этой траектории. На рисунках 3.20, 3.22, 3.24 и 3.26 представлены соответственно траектории дрейфа полупериметров квазициклов фазовых портретов для рассматриваемых ВР \tilde{Z}^k , $k = \overline{1, 4}$, а также фазовые портреты этих траекторий.

3.5.1 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^1 котировки акций РАО ЕЭС

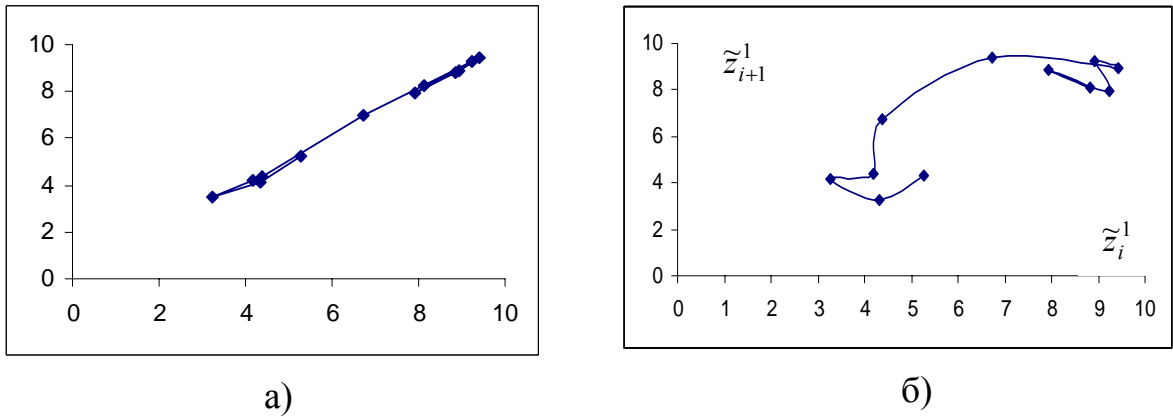


Рисунок 3.19 Траектория (а) дрейфа центров габаритных прямоугольников квазициклов агрегированного с интервалом $q = 10$ временного ряда \tilde{Z}^1 и ее фазовый портрет (б)

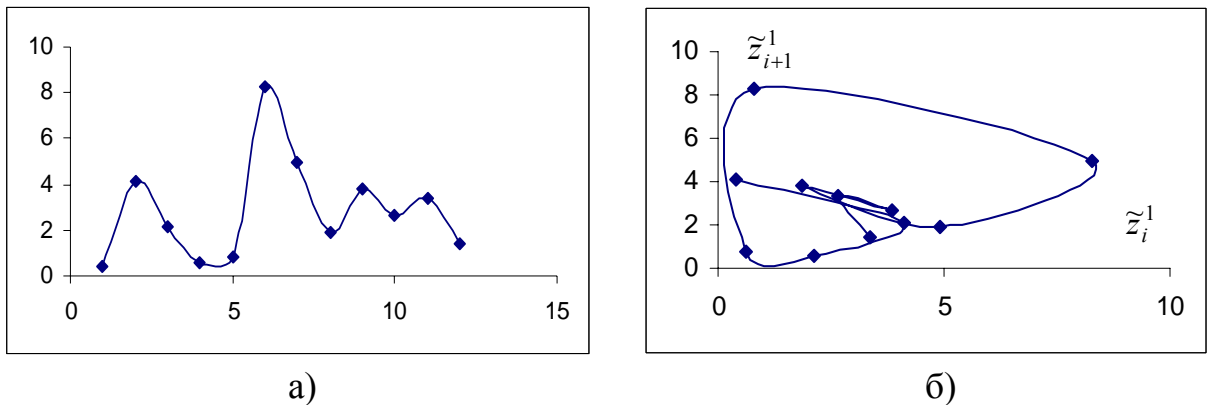


Рисунок 3.20 Траектория дрейфа полупериметров габаритных прямоугольников квазициклов (а) на рис. 3.15 и ее фазовый портрет (б)

3.5.2 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^2 котировки акций Сбербанка

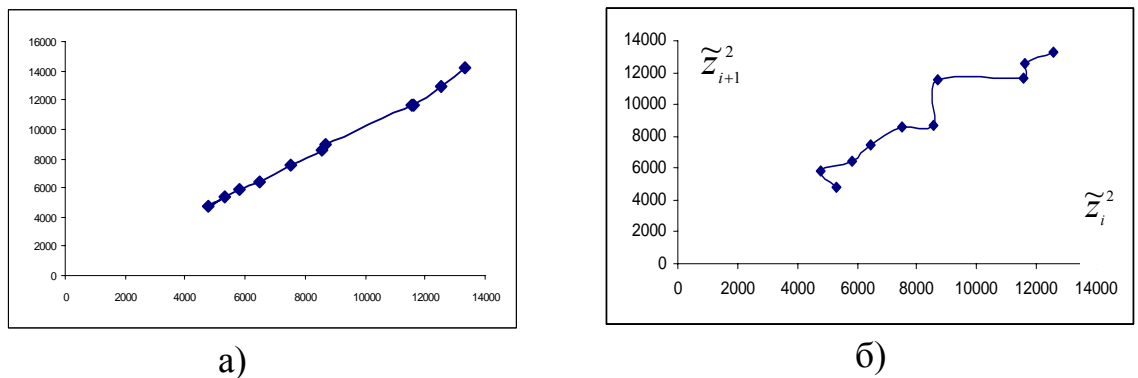
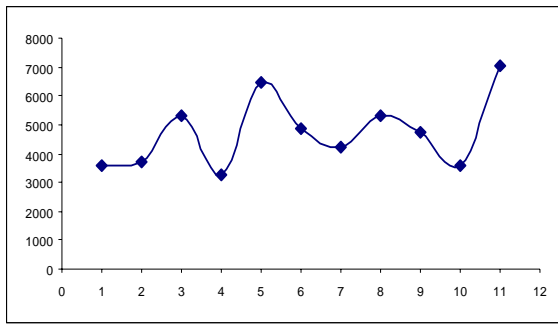
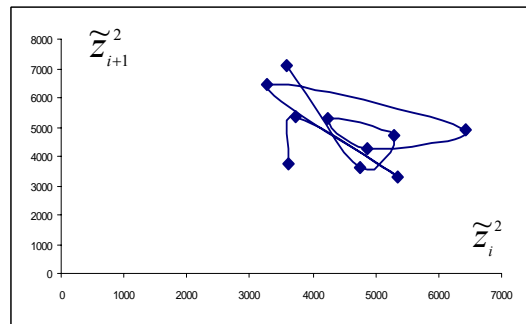


Рисунок 3.21 Траектория (а) дрейфа центров габаритных прямоугольников квазициклов ВР \tilde{Z}^2 и ее фазовый портрет (б)



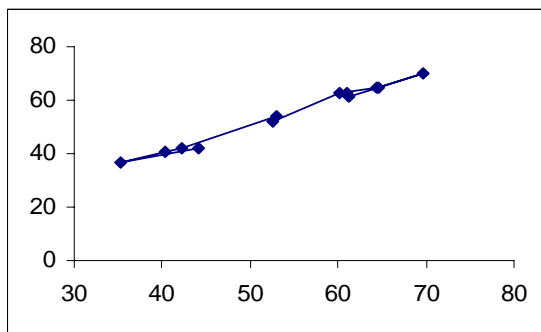
а)



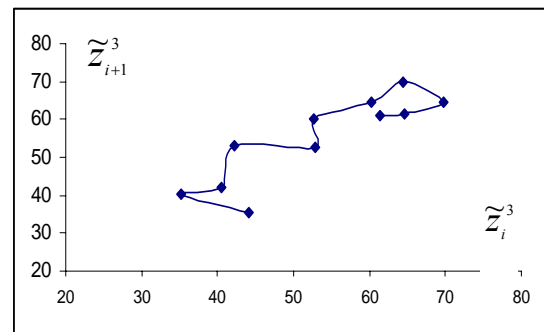
б)

Рисунок 3.22 Траектория (а) дрейфа полупериметров габаритных прямоугольников квазициклов на рис. 3.16 и ее фазовый портрет (б)

3.5.3 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^3 котировки акций Ростелекома

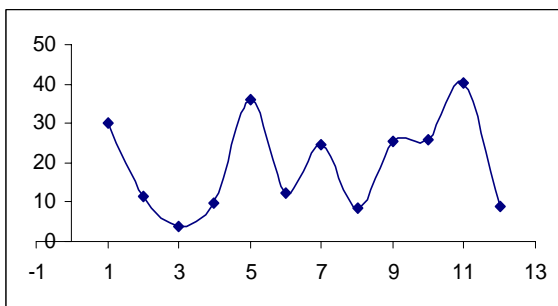


а)

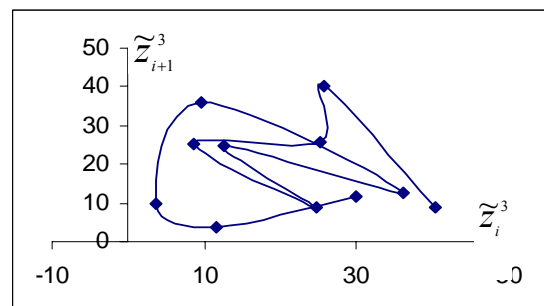


б)

Рисунок 3.23 Траектория (а) дрейфа центров габаритных прямоугольников квазициклов ВР \tilde{Z}^3 и ее фазовый портрет (б)



а)



б)

Рисунок 3.24 Траектория дрейфа полупериметров габаритных прямоугольников квазициклов (а) на рис. 3.17 и ее фазовый портрет (б)

3.5.4 Предпрогнозная информация для временного ряда \tilde{Z}^4 котировки акций Сибнефти

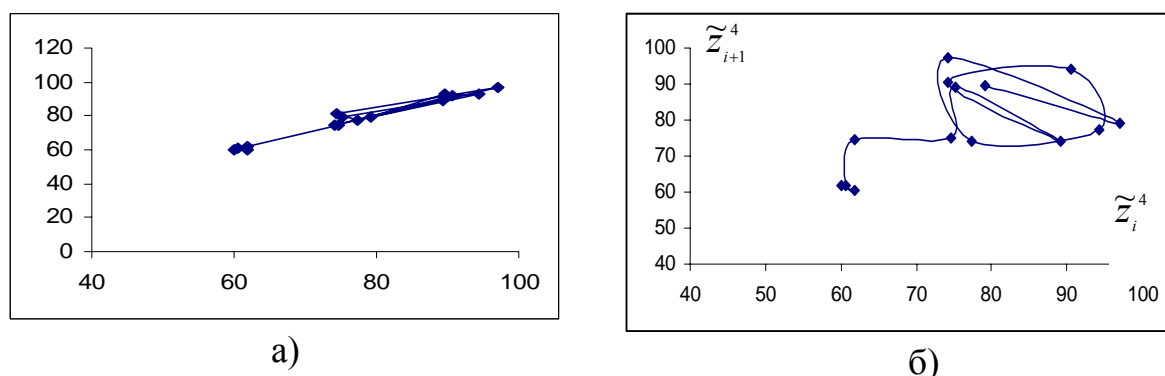


Рисунок 3.25 Траектория (а) дрейфа центров габаритных прямоугольников квазициклов ВР \tilde{Z}^4 и ее фазовый портрет (б)

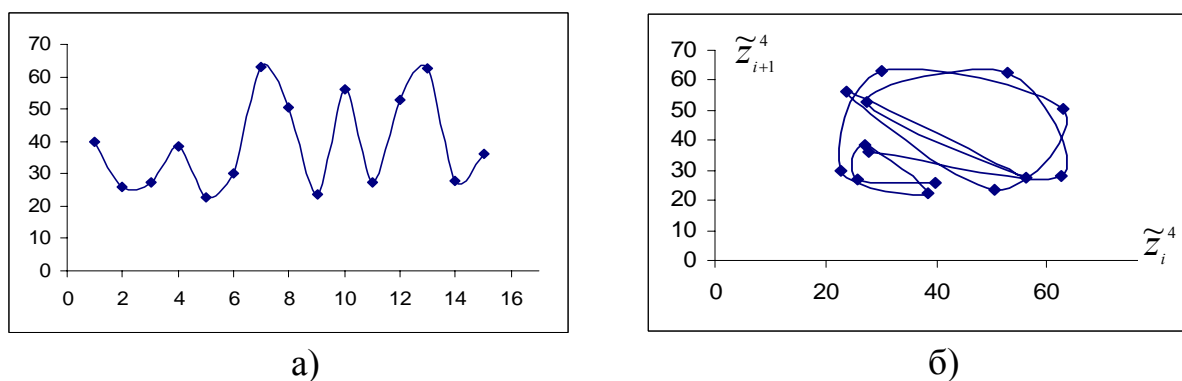


Рисунок 3.26 Траектория (а) дрейфа полупериметров габаритных прямоугольников квазициклов рис. 3.18 и ее фазовый портрет (б)

3.6 Выводы к главе 3

1. Каждый из агрегированных с интервалом $q = 10$ временных рядов (2.9)–(2.12) содержит отчетливо выраженную циклическую компоненту. В составе этих компонент преобладают квазициклы, длина которых в типичном случае принимает значение из множества $\{4, 5, 6, 7, 8\}$. Содержательную календарную интерпретацию этих длин можно трактовать как наличие в динамике рассматриваемых временных рядов таких видов цикличности, как двухмесячные, 2,5-месячные, 3-месячные, 3,5-месячные и 4-месячные. При этом для различных ВР являются преобладающими различные виды цикличности: для «РАО ЕЭС» – 3,5-месячные; для «Сбербанка» – 3,5 и 4-месячные; для

«Сибнефти» – 2- месячные, 2,5- месячные и 3- месячные; для «Ростелеком» – 2- месячные и 4- месячные.

2. Звенья квазициклов имеют, как правило, направление вращения по часовой стрелке. Доля звеньев, имеющих противоположное (против часовой стрелки) направление вращения составляет не более 10 %. Эту долю можно рассматривать в качестве косвенной оценки риска ошибочного прогнозирования рассматриваемых ВР на базе фазовых портретов.

3. Сравнительный анализ предпрогнозной информации по каждому из рассматриваемых ВР (2.9)–(2.12) представим с учетом разбиения ее на 3 группы. С точки зрения первой группы наиболее информативным является представленный на рисунках 3.12 и 3.16 ФП ВР \tilde{Z}^2 (2.10) котировки акций Сбербанка. Основанием для такого утверждения является тот факт, что этот ФП не содержит квазициклов длины 3 и 4, при этом большая часть квазициклов на рис.3.16 имеет в основном длину 8, а именно периодичность порядка четырех месяцев. При этом из 65 звеньев, составляющих эти квазициклы только 6 (т.е. ~9 %) имеют вращение против часовой стрелки. Остальные 3 из рассматриваемых ВР демонстрируют менее надежную прогнозируемость с точки зрения первой группы предпрогнозной информации.

4. С точки зрения второй группы наиболее информативным также является ФП агрегированного с интервалом $q=10$ ВР \tilde{Z}^2 котировки акций Сбербанка. Как видно из рис.3.21, дрейф центров квазициклов, относящихся к этому ВР в основном концентрируются в весьма ограниченной окрестности биссектрисы положительного ортанта декартовых координат его фазового пространства. При этом, что очень важно, траектория дрейфа центров не имеет отрицательных (возвратных) приращений, т.е является монотонно возрастающей. Визуализация рисунков 3.15, 3.17 и 3.18 позволяет сделать заключение о значительной степени неопределенности второй группы прогнозной информации, относящейся к фазовым портретам ВР «РАО ЕЭС», «Сибнефти» и «Ростелекома».

5. Визуализация рисунков 3.20, 3.22, 3.24 и 3.26 также позволяет утверждать, что с точки зрения третьей группы прогнозной информации наименьшая неопределенность присуща траектории дрейфа полупериметров квазициклов, относящихся к ФП агрегированного временного ряда «Сбербанка». В терминологии [80] эта траектория имеет наиболее предсказуемый скейлинг (изменение частоты и амплитуды колебаний).

Из вышеуказанного вытекает, что достаточно веские предпосылки для надежного прогнозирования имеются для агрегированного с интервалом $q = 10$ ВР котировки акций «Сбербанка». Остальные три из рассмотренных ВР нуждаются в дополнительном предпрогнозном анализе.

Глава 4 АДАПТАЦИЯ КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНОЙ ПРОГНОЗНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КОТИРОВКИ АКЦИЙ

4.1 Особенности временных рядов, для которых традиционные методы прогнозирования неадекватны

Областью применения предлагаемого в настоящей главе алгоритма прогнозирования являются эволюционные процессы, временные ряды (ВР) показателей которых обладают долговременной памятью [110]. К их числу относятся чаще всего либо природные ВР, либо ВР основных показателей эволюционных процессов в различных отраслях народного хозяйства: ВР урожайности в области растениеводства, ВР заболеваний в региональной или городской отрасли здравоохранения, ВР индекса цен стройматериалов, ВР стоимости ценных бумаг - государственных облигаций, курса валют, и др. Применение к этим ВР традиционных методов статистического анализа [110] весьма часто приводит к неудовлетворительному результату прогнозирования. Например, для ВР урожайности основных сельскохозяйственных культур, выращиваемых в южно-российской зоне рискованного земледелия, является в принципе неправомерным использование классических методов прогнозирования, которые базируются на авторегрессии и скользящем среднем [110,112]. Причиной тому оказалось, что многие реальные ВР обладают долговременной памятью [110], что означает отсутствие независимости наблюдений и неподчинение ВР нормальному закону, более того, в характере их поведения проявляются такие свойства как хаотичность, наличие тяжелых хвостов [110] при отсутствии сезонной компоненты и долговременного тренда [60,62].

Таким образом, если у рассматриваемого ВР достаточно часто сменяется тренд и он обладает долговременной памятью, то применение к нему классических методов прогнозирования зачастую оказываются неадекватными. Отсюда естественным является вопрос о существовании таких принципиально новых моделей и методов прогнозирования, у которых «мешающий», в указанном выше смысле, фактор долговременной памяти становится

«созидательным». Положительный ответ на этот вопрос удастся не только обосновать, но и конструктивно реализовать, используя идеи искусственного интеллекта и алгоритмы, родственные генетическим («квазигенетические алгоритмы») [115], которые, в частности, могут быть реализованы на базе клеточных автоматов [80].

4.2 Клеточные автоматы для прогнозирования экономических временных рядов их преимущества перед классическими методами

Американский математик Дж.Нейман еще более полувека назад полагал, что многие сложные явления, такие как самовоспроизведение, рост и развитие, морфогенез, которые трудно моделировать с помощью дифференциальных уравнений, удастся описать с помощью клеточных автоматов [94]. К настоящему времени уже осознано, что теория клеточных автоматов (КА) по существу связывает два междисциплинарных подхода – синергетику и кибернетику. По своей сути клеточные автоматы реализуют собой алгоритмический подход к математическому моделированию процессов и систем, имеющих дискретный характер.

Для исследования системы методами клеточных автоматов к настоящему времени можно выделить два подхода: статистический и конструктивный [80]. Реализация первого из них начинается с составления перечня всех возможных конфигураций, которые могут встречаться при неограниченном продолжении рассматриваемого временного ряда. На базе той информации можно вводить определения известных понятий теории детерминированного хаоса, аналоги ляпуновских показателей, фрактальных размерностей и т.д. Реализация второго подхода начинается с конструирования и анализа различных типов структур, возникающих в изучаемой системе или процессе, и выявления типа взаимодействия между структурами.

В настоящей главе предлагается математическая модель и метод для анализа рынка ценных бумаг, в частности прогнозирование котировки акций

ведущих российских компаний «РАО ЕЭС», «Сбербанк», «Ростелеком», «Сибнефть». Предлагаемая модель базируется на инструментарии линейных клеточных автоматов, которые имеют ряд преимуществ перед традиционными классическими моделями [80,94].

Важно отметить, что существующие к настоящему времени традиционные подходы к прогнозированию экономических ВР базируются на декомпозиции, т.е. на выделении из рассматриваемого ВР компонент тренда, сезонности, цикличности, а также остаточной компоненты. В работе [124] отмечено, что в результате проведения указанной «хирургической» операции декомпозиции теряется или искажается в отдельных случаях существенная информация о динамике поведения ВР, что негативным образом сказывается на точности получаемого прогнозного значения. Преимущество предлагаемого подхода к прогнозированию экономических временных рядов, а именно клеточно-автоматной прогнозной модели состоит в том, что она не использует указанную декомпозицию рассматриваемого ВР и, следовательно, снимает проблему потери информации при разложении ВР на компоненты.

Второе замечание, относящееся к традиционным подходам к прогнозированию, обусловлено тем фактом, что при выборе тренда, при выделении сезонной компоненты, при определении циклических компонент неизбежно присутствует определенная мера субъективизма. Такого рода «проблема субъективизма» не возникает при построении клеточно-автоматной прогнозной модели просто потому, что она не оперирует понятиями тренд, сезонность, цикличность.

Отмеченная в работе [124] проблема ограниченной преемственности макроэкономических данных является особенно характерной для экономики переходного периода, например, данные, относящиеся к начальному «социалистическому» периоду, по своей экономической сущности отличаются от данных, относящихся к завершающему «капиталистическому» периоду. Имеются основания утверждать, что проблема ограниченной преемственности макроэкономических данных в значительной степени снимается в кле-

точно-автоматной прогнозной модели по той причине, что эта модель оперирует не числовыми значениями измеряемых наблюдений, а качественными лингвистическими оценками. Аналогичным образом, в клеточно-автоматной прогнозной модели снимается или ослабляется известная проблема использования различных инструментов или методов измерения уровней (наблюдений) экономических ВР.

Из сравнения традиционного и клеточно-автоматного подхода к прогнозированию вытекает четвертое замечание, отмечающее возможность привлечения в процесс клеточно-автоматного прогнозирования нечисловой (качественной, лингвистической и т.д.) информации, характеризующей динамику рассматриваемого процесса.

Особого внимания заслуживает тот факт, что в отдельных случаях в результате применения клеточно-автоматной прогнозной модели к остаточной (считающейся не прогнозируемой традиционными методами) компоненте удастся получить дополнительную информацию, использование которой приводит к более точному и надежному прогнозу.

4.3 Общая схема и принципы работы клеточно-автоматной прогнозной модели

4.3.1 Преобразование числового временного ряда в лингвистический временной ряд методом огибающих ломанных

Алгоритм прогнозирования на базе клеточного автомата реализуется в системном единстве с процессом моделирования долговременной памяти и завершается получением прогноза, включая валидацию (оценивание погрешности результата). Алгоритм его реализации состоит из следующих шести этапов.

Этап 1. Использование статистических методов [110,112] и визуализация для предварительного анализа данного ВР на предмет выявления наличия или отсутствия тяжелых хвостов, трендов, циклических или сезонных компонент и др.

Этап 2. Фрактальный анализ [110] данного ВР с целью установления в нем долговременной памяти, включая оценку ее глубины, а также выявления в поведении ВР таких характеристик и тенденций, как трендоустойчивость или, наоборот, хаотичность, персистентность или антиперсистентность [110] и др. Вычислительная часть фрактального анализа базируется на алгоритме R/S- анализа [110]. Оценки, получаемые на выходе этого этапа, имеют числовую природу: наиболее адекватным является их представление в терминах и понятиях нечетких множеств [6,99,110].

Этап 3. Преобразование данного ВР в лингвистический временной ряд (ЛВР) с целью обеспечить возможность применить квазигенетический алгоритм [115], работающий с комбинаторными конфигурациями, составляющими собой структуру ЛВР и его терм-множество [33] *W*.

Этап 4. Построение определяемой данным ЛВР генетической памяти клеточного автомата состоит из подэтапов:

- формирование множества M всех l -конфигураций, содержащих в полученном ЛВР, $l = 1, 2, \dots, L$, где L - глубина памяти [80,110] этого ЛВР;
- вычисление частот и частостей переходов l - конфигураций из M в состояния-термы из W .

Этап 5. Формирование прогноза для рассматриваемых ВР и ЛВР путем реализации «мягких вычислений» на базе построенной памяти КА:

- получение прогноза в виде нечеткого лингвистического множества (НЛМ);
- преобразование НЛМ в числовое нечеткое множество, которое при необходимости с помощью процедуры дефазификации [65] можно перевести в четкий числовой прогноз.

Этап 6. Валидация, т.е. получение оценок погрешности для полученного прогноза для данных ВР и ЛВР.

Все этапы предлагаемой прогнозной модели были осуществлены на временных рядах показателей котировки акций «РАО ЕЭС», «Сбербанк», «Ростелеком», «Сибнефть».

Первые два этапа предлагаемого метода прогнозирования были осуществлены и реализованы в главах 2 и 3. Третий этап прогнозной модели состоит в формировании памяти клеточного автомата. С этой целью осуществим преобразование числового временного ряда в лингвистический временной ряд.

В настоящей главе для целей иллюстрации, валидации и верификации прогнозной модели рассматриваем агрегированный временной ряд двухнедельной котировки акций российской компании «Сбербанк» за период с 1 апреля 2002 г. по 31 марта 2005 г.

$$\tilde{Y} = \langle \tilde{y}_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, t, \quad (4.1)$$

где индексом $t = 1, 2, \dots, n$, $n = 78$ перенумерованы полумесяцы этого периода.

С целью визуализации на рис.4.1 дано графическое представление этого ряда в виде гистограммы.



Рисунок 4.1 Гистограмма агрегированного временного ряда котировки акций российской компании «Сбербанк» за период с 2002 г. по 2005 г.

По результатам фрактального анализа (п.2.5.3) исследуемый ВР (4.1) обладает долговременной памятью, глубина которой оценена в терминах нечетких множеств и представлена гистограммой на рис.2.29.

Для отражения долговременной памяти, присущей рассматриваемому ВР, предлагается использовать интервальные значения прогнозируемых показателей, для чего весь спектр наблюдаемых показателей разделяем на 3 альтернативы: низкий уровень, средний уровень, высокий уровень. Если каждому числовому значению элементов рассматриваемого ВР поставить в соответствие одну из этих альтернатив, то получим интервальный ВР или, в другой терминологии, лингвистический временной ряд (ЛВР).

Преобразование ВР (4.1) в ЛВР означает замену числовых элементов $\langle \tilde{y}_i \rangle$, $i = 1, 2, \dots, t$ лингвистическими переменными, называемыми термами. Совокупность этих термов принято называть терм - множеством [29,33,99], которое в настоящей главе обозначаем $\bar{U} = \{u\}$. При этом принимаем, что множество \bar{U} состоит из трех элементов: $u = H$ - низкий уровень котировки курса акций, $u = C$ - средний уровень, $u = B$ - высокий уровень котировки курса акций. Заменяя элементы $\langle \tilde{y}_i \rangle$ ВР (2.10) соответствующими термами из \bar{U} , получаем ЛВР

$$U = \langle u_i \rangle, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.2)$$

В работе [52] предлагается строить ЛВР вида (4.2) путем построения трендовых коридоров для столбцов гистограммы (рис.4.1). Такой алгоритм [101] базируется на предположении, что в пределах отдельно взятого годового периода может присутствовать проблема преемственности макроэкономических данных.

В настоящей диссертационной работе предлагается строить ЛВР на базе интервального подхода путем построения верхней и нижней огибающих ломаных для столбцов гистограммы на рис.4.1. Предлагаемый алгоритм преобразования числового ВР в ЛВР состоит из трех этапов.

Первый этап начинается с визуализации гистограммы, представляющей ряд (4.1). На этой гистограмме выделяем жирными точками столбики, представляющие явно высокий курс акций, и столбики, представляющие явно низкий курс (см. рис.4.2). Далее, соединяя соседние жирные точки пунктир-

ными отрезками, получаем, как показано на рисунке 4.2, верхнюю огибающую ломанную (ВОЛ) и нижнюю огибающую ломанную (НОЛ).

На втором этапе последовательно для каждого столбика гистограммы рассматриваем отрезок, соединяющий точку его пересечения с НОЛ точкой его пересечения с ВОЛ. Этот отрезок делим на три равновеликих интервала: нижний, средний и верхний. Отмечаем на каждом из таких отрезков концы среднего интервала, после чего каждую пару соседних верхних (нижних) концов средних интервалов соединяем пунктирным отрезком, в результате чего получаем границы срединной области гистограммы (СОГ).

На третьем этапе исследуемый временной ряд преобразуем в ЛВР вида (4.2), осуществляя окрашивание каждого столбика гистограммы, как показано на рис.4.2. Рассматривая i -й столбик этой гистограммы, элемент $\langle \tilde{y}_i \rangle$ заменяем термом H , если верх столбика находится ниже СОГ, иначе заменяем $\langle \tilde{y}_i \rangle$ термом C , если его верх принадлежит СОГ и, наконец, заменяем термом B , если верх этого столбика находится выше СОГ. Работа третьего этапа, а вместе с ним и работа алгоритма заканчивается тогда, когда элемент $\langle \tilde{y}_n \rangle$ ряда (4.1) заменяется соответствующим термом. Тем самым ЛВР (4.2) считается построенным.

Полученный для агрегированного временного ряда двухнедельной котировки акций «Сбербанк» (4.1) лингвистический ВР (4.2) представлен таблицей 4.1, а соответствующим образом раскрашенная гистограмма представлена на рис.4.2.

Таблица 4.1 Агрегированный лингвистический временной ряд двухнедельной котировки акций «Сбербанк»

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
u _i	Н	С	С	В	С	В	Н	В	С	С	Н	Н	Н	С	Н	С	С	В	С	В	С	Н	С	Н	Н	С
i	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
u _i	В	С	Н	С	С	В	С	В	В	С	Н	С	С	Н	С	В	В	С	Н	Н	С	Н	С	Н	Н	С
i	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
u _i	С	В	В	С	Н	С	С	В	С	В	С	Н	Н	С	С	В	С	С	В	В	С	Н	Н	С	С	В

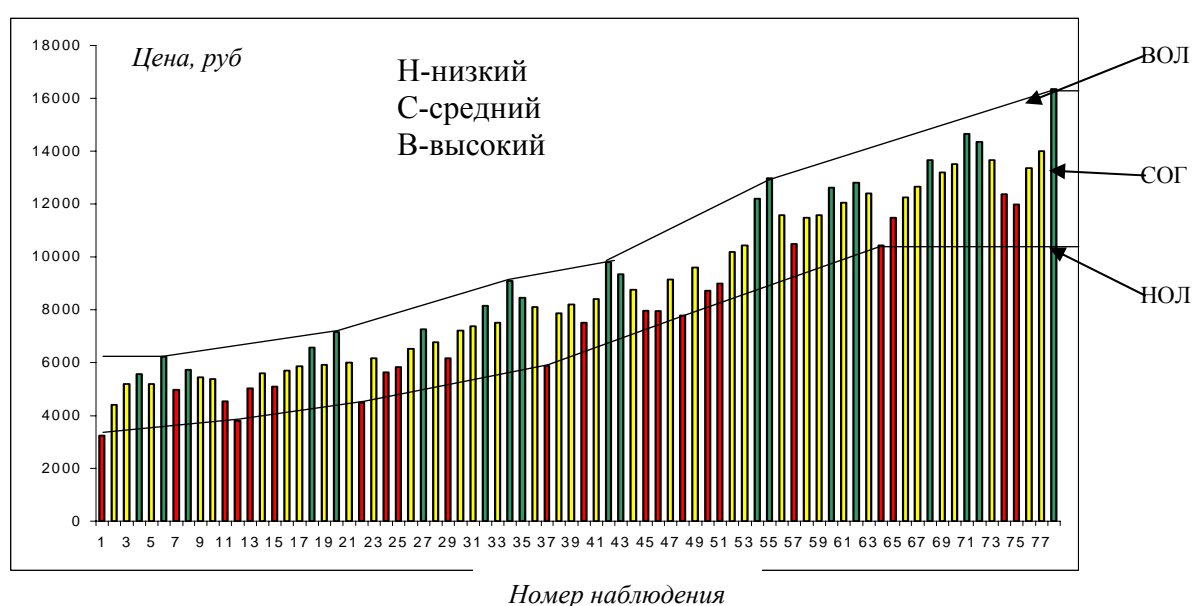


Рис.4.2 Гистограмма агрегированного лингвистического временного ряда котировки акций «Сбербанк» после 1-5 этапов алгоритма преобразования числового ВР в ЛВР

4.3.2 Частотный анализ памяти лингвистического временного ряда

Как отмечается в [104], временные ряды вида (4.1) и ЛВР вида (4.2) обладают долговременной памятью [147]. Последнее означает, что такие ряды аккумулируют предыдущую информацию об уровне стоимости курса акций и степень ее влияния на последующие значения курса акций. Иными словами, в этих рядах заключена информация об определенных закономерностях, которые в научной литературе принято относить к так называемой долговре-

менной памяти.

Наличие долговременной памяти у временного ряда (4.1) подтверждается результатами его фрактального анализа [110] или, в более узком смысле, R/S – анализа [110], примененного к (2.10). Основная числовая характеристика этого результата заключается в том, что полученные значения показателя Херста H колеблются для ряда (4.1) в пределах от 0,7 до 0,9. Многолетний опыт, накопленный для рядов с таким значением H свидетельствует, что в них имеют место долговременные корреляции между текущими и будущими событиями [110]. Эта характеристика является основанием для разработки метода прогнозирования на базе использования долговременной памяти.

В [80] сформулировано предложение представлять наличие в ЛВР долговременной памяти в терминах и понятиях клеточного автомата, в частности, линейного клеточного автомата. Теория клеточных автоматов утверждает, что «если клетки располагаются линейно вдоль прямой, и каждая клетка находится в определенном состоянии, то состояние соседей слева от рассматриваемой клетки влияют на состояние этой клетки на следующем временном шаге» [80,94]. В терминах клеточного автомата значение лингвистической переменной u_{i+k+1} в ЛВР (4.2) (см. таб.4.1) определяется l -конфигурациями

$$u_{i+k-l}, u_{i+k-l+1}, \dots, u_{i+k}, \quad l = \overline{1, k}, \quad (4.3)$$

т.е. конфигурациями длины $l = 1, 2, \dots, k$ в отрезке этого ряда

$$u_{i+1}, u_{i+2}, \dots, u_{i+k}, \quad i = \overline{1, n-k+1}, \quad (4.4)$$

где через k обозначаем глубину памяти рассматриваемого ряда. Из результатов проведенного R/S – анализа вытекает, что для представленного выше ВР (4.1) полумесячных курсов акций «Сбербанк» значение k ограничено сверху цифрой 10. Последнее означает, что для всякого $i = 1, 2, \dots, n-k+1$ значение лингвистической переменной u_{i+k} в (4.4) определяется лишь такими l -конфигурациями вида (4.3), для которых $l \leq k = 10$. Алгоритм нахождения глубины памяти основывается на частотной статистике переходов в состоя-

ния H, C и B всех l -конфигураций, имеющих место в ЛВР (4.2).

Примечание 4.1 Через N_l обозначим количество всех попарно различных l -конфигураций в ЛВР. Для принятого терм-множества $U = \{H, C, B\}$ теоретически возможное количество различных l -конфигураций, $l = 1, 2, \dots, k$,

$k = 10$ составляет $\sum_{l=1}^k 3^l = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10} = 88572$, в то время

как в реальном ЛВР, представленного в табл. 4.1, количество N_l всех таких

попарно различных l -конфигураций, $l \leq 10$ составляет $N = \sum_{l=1}^{10} N_l = 432$. Из них

$N_1 = 3$, $N_2 = 9$, $N_3 = 18$, $N_4 = 34$, $N_5 = 45$, $N_6 = 56$, $N_7 = 64$, $N_8 = 67$, $N_9 = 68$,

$N_{10} = 68$. Тем самым установлен тот факт, что количество реальных l -кон-

фигураций составляет $V = \frac{N}{\sum_{l=1}^k 3^l} = \frac{432}{88572} \cdot 100 \approx 0,48\%$ от количества теоретиче-

ски возможных l -конфигураций. Это говорит о высокой вариабельности ВР, т.е. о степени проявления долговременной памяти в ЛВР и косвенно в ВР.

Через $M(U)$ обозначим множество всех l -конфигураций $l \leq k$, $k = 10$, которые можно обнаружить в ЛВР (4.2); $M(U) = \bigcup_{l=1}^8 M_l$, где M_l - это подмножест-

во всех l -конфигураций в ЛВР U при фиксированном l . Для рассматриваемых ВР Y и ЛВР U эти подмножества имеют следующий состав:

$$M_1 = \{H, C, B\},$$

$$M_2 = \{HH, HC, HB, CH, CC, CB, VH, VC, VB\},$$

$$M_3 = \left\{ \begin{array}{l} HHH, HHC, HCH, HCC, HCB, HVC, CHH, CHC, CCH, CCB, CVH, CVC, CVB, \\ VHV, VCH, VCC, VCB, VVC \end{array} \right\}.$$

Для $l = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ состав подмножеств $M_l(U)$ представлен в приложении 1.

Рассмотрим какую-либо фиксированную l -конфигурацию, которую обозначим в виде отрезка

$$u_1^0, u_2^0, \dots, u_j^0, \dots, u_l^0. \quad (4.5)$$

Работу клеточного автомата в рамках предлагаемой прогнозной модели организуем следующим образом.

Если в ЛВР (4.2) выделен отрезок $u_{i+1}, u_{i+2}, \dots, u_{i+j}, \dots, u_{i+l}$, совпадающей с (4.5), т.е. $u_{i+j} = u_j^0$, $j = \overline{1, l}$, то по отношению к следующему элементу $u_{i+l+1} = u^0$, $u^0 \in U = \{H, C, B\}$ условимся говорить, что l -конфигурация (4.5) переходит в состояние u^0 , т.е. в лингвистическую переменную u_{i+l+1} , совпадающую с термом u^0 .

В предлагаемом авторами [102] подходе базовым является следующее теоретическое предположение. Пусть последовательность (4.4) неограниченно растет, т.е. в ряду u_i , $i = \overline{1, n}$ значение параметра $n \rightarrow \infty$.

Если в этой сколь угодно длинной последовательности некоторая конкретная фиксированная конфигурация (4.4) появляется и при этом всякий раз после нее следует переход в одно и тоже состояние $u^0 \in \{H, C, B\}$, то говорим, что конфигурация (4.5) обладает памятью.

Пусть терм-множество \bar{U} имеет мощность $|U| \geq 3$. Тогда, если имеют место перемежающиеся переходы в два фиксированные состояния, то говорим, что отрезок (4.5), т.е. l -конфигурация (4.4) обладает частичной памятью. Если же фиксированная конфигурация демонстрирует переходы в каждое из трех состояний H, C, B , то говорим, что память у данной конфигурации не обнаружена. Эту память можно представить либо комбинаторно, либо в форме ориентированных двудольных графов.

Переходы всех конфигураций с частотами и частостями этих переходов представляют собой память клеточного автомата, являющаяся составной частью математической модели, предназначенной для прогнозирования ЛВР (4.2). На основании данных приложения 2 можно сформировать следующую статистику переходов и оценку памяти отдельных l -конфигураций ЛВР (4.2), составляющих множество M .

Таблица 4.2 Статистика переходов и оценка памяти соответствующих конфигураций для агрегированного временного ряда двухнедельной котировки акций «Сбербанк»

l – конфигурации	Всего конфигураций шт.	Всего переходов шт.	Из них переходов			Память		
			1-значных шт.	2-значных шт.	3-значных шт.	полная %	частичная %	отсутствие памяти %
1	3	77	0	0	3	-	-	100
2	9	76	2	4	3	22	45	33
3	18	75	4	10	4	22	56	22
4	34	74	17	15	2	50	44	6
5	45	73	28	16	1	62	36	22
6	56	72	41	14	1	73	25	2
7	64	71	58	6	-	91	9	-
8	67	70	64	3	-	96	4	-
9	68	69	66	2	-	97	3	-
10	68	68	68	-	-	100	-	-
Итого	432	725	348	70	14	-	-	

Для всякого отрезка длины 1 (H , C или B) и всякого отрезка длины 2 (HH , HC , HB , CH , CC , CB , BH , BC , BB) в ряду u_i , $i = \overline{1, n}$ всякий раз находились случаи переходов в H , C и B . Первые признаки наличия памяти (частичной- переход в два состояния) обнаружались при $l = 2$: 22% демонстрируют переход только в одно состояние (память), 45% 2-конфигураций из числа встречающихся в ряду (4.1) демонстрируют частичную память; для $l = 3$ 22% 3-конфигураций вида (4.5) демонстрируют наличие памяти, т.е. с различной частотой переходы в какое-либо из трех состояний $u \in \{H, C, B\}$ и 56% 3-конфигураций демонстрируют наличие частичной памяти. Для $l = 4$ 50% 4-конфигураций в ряду (4.5) демонстрирует наличие памяти и 44% демонстрирует наличие частичной памяти. Для $l = 5$ наличие памяти демонстрирует 62% 5-конфигураций в ряду (2.1) и 36% демонстрирует частичную память. Для $l = 6$ наличие памяти демонстрируют 73% и 25% частичной памяти. Для $l = 7$ 91% конфигураций демонстрирует память, а 9% - частичную память. Для $l = 8$ 96% 8-конфигураций показывает память и 4%- частичную память. Для $l = 9$ память демонстрирует 97% 9-конфигураций и частичную память – 3%. Для $l = 10$ все 100% 10- конфигураций вида (4.5) де-

монстрируют наличие памяти.

Частотная статистика из приложения 2 переходов l -конфигураций (4.5) в определенное состояние $u^0 \in U = \{H, C, B\}$ формируется следующим образом. Сначала, для каждой 1-конфигурации $u_1^0 \in \{H, C, B\}$ подсчитываем количество ее переходов в каждое из трех состояний H, C, B . Для наглядности эти переходы отражены в табл.4.3. Частота перехода это числа, означающие количество наблюдаемых в ЛВР (4.2) переходов каждой из трех 1-конфигураций $u_1^0, u_1^0 \in U$ в каждое из трех состояний H, C, B . Например, из табл.4.5 видно, что имеем 7 переходов из H в H , 14 переходов из H в C и 1 переход из H в B . Количество переходов из C в H, C и B равно соответственно 13, 10 и 14. Здесь же, количество переходов из B в H, C и B равно 1, 13 и 4 соответственно. На основании этих данных можно вычислить эмпирические значения частоты переходов из 1-конфигураций в состояние H, C , и B :

$$\begin{aligned}
 w_1(H \rightarrow H) &= \frac{7}{22}, & w_1(C \rightarrow H) &= \frac{13}{37}, & w_1(B \rightarrow H) &= \frac{11}{18}, \\
 w_1(H \rightarrow C) &= \frac{14}{22}, & w_1(C \rightarrow C) &= \frac{10}{37}, & w_1(B \rightarrow C) &= \frac{13}{18}, \\
 w_1(H \rightarrow B) &= \frac{1}{22} & w_1(C \rightarrow B) &= \frac{14}{37} & w_1(B \rightarrow B) &= \frac{4}{18}.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Далее, для каждой 2-конфигурации $u_1^0 u_2^0 \in M$ подсчитываем количество переходов в каждое из трех состояний H, C, B . Таких конфигураций в конкретном ЛВР (4.2)оказалось девять. Как показано в приложении 2, имеем один переход из HH в H , 6 переходов из HH в C , 4 перехода из HC в H , 8 переходов из HC в C , два перехода из HC в B и один переход из HB в C . На основании этих данных можно вычислить эмпирические значения частоты переходов из 2-конфигураций HH, HC, HB в состояния H, C и B :

$$\begin{aligned}
 w_2(HH \rightarrow H) &= \frac{1}{7}, & w_2(HC \rightarrow H) &= \frac{4}{14}, & w_2(HB \rightarrow H) &= \frac{0}{1}, \\
 w_2(HH \rightarrow C) &= \frac{6}{7}, & w_2(HC \rightarrow C) &= \frac{8}{14}, & w_2(HB \rightarrow C) &= \frac{1}{1},
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

$$w_2(HH \rightarrow B) = \frac{0}{7}, \quad w_2(HC \rightarrow B) = \frac{2}{14}, \quad w_2(HB \rightarrow B) = \frac{0}{1}.$$

Аналогично, на основании приложения 2 вычисляются эмпирические значения частот переходов из 2-конфигураций CH, CC, CB, BH, BC, BB в H, C и B .

Далее, для каждого значения $l \in \{3,4,5,6,7,8,9,10\}$ рассматриваем подмножество $M_l^{(2)} \subset M$ всех l -конфигураций, встречающихся в ЛВР (4.2), мощность $|M_l^{(2)}| = N_l^{(2)}$. По аналогии с (4.6), (4.7) вычисляем эмпирические значения частот переходов из каждой конкретной l -конфигурации $u_1^0 u_2^0 \dots u_l^0 \in M_l^{(2)}$ в состояние H, C и B .

$$w_l(u_1^0 u_2^0 \dots u_l^0 \rightarrow H), \quad w_l(u_1^0 u_2^0 \dots u_l^0 \rightarrow C), \quad w_l(u_1^0 u_2^0 \dots u_l^0 \rightarrow B), \quad (4.8)$$

$l = 3,4,5,6,7,8,9,10$. Значения этих частот переходов представлены в приложении 2.

Статистика переходов и оценка памяти для l -конфигураций ЛВР агрегированных временных рядов котировки акций «РАО ЕЭС», «Ростелеком», «Сибнефть» отражена в таблицах 4.3-4.5.

Таблица 4.3 Статистика переходов и оценка памяти соответствующих l -конфигураций для агрегированного временного ряда котировки акций «РАО ЕЭС»

l – Конфи- гурации	Всего кон- фигу- раций шт.	Всего пере- ходов шт.	Из них переходов			Память		
			1- знач- ных шт.	2- знач- ных шт.	3- знач- ных шт.	полная %	частич- ная %	отсутствие памяти %
1	3	77	0	0	3	-	-	100
2	9	55	2	4	3	22	44	33
3	17	55	6	8	3	35	47	18
4	26	58	14	9	3	54	35	12
5	36	60	23	12	1	64	33	3
6	46	63	35	11	-	76	24	-
7	52	64	44	8	-	85	15	-
8	57	65	51	6	-	89	11	-
9	60	66	54	6	-	90	10	-
10	62	66	58	4	-	94	6	-
11	63	66	60	3	-	95	5	-
12	64	66	62	2	-	97	3	-
13	65	65	65	-	-	100	0	-
Итого	560	826	474	73	13	-	-	-

Таблица 4.4 Статистика переходов и оценка памяти соответствующих *l*- конфигураций для агрегированного временного ряда котировки акций «Ростелеком»

<i>l</i> – конфигурации	Всего конфигураций шт.	Всего переходов шт.	Из них переходов			Память		
			1-значных шт.	2-значных шт.	3-значных шт.	полная %	частичная %	отсутствие памяти %
1	3	78	0	0	3	-	-	100
2	9	77	2	3	4	22	33	45
3	21	76	7	9	5	33	43	24
4	37	75	20	16	1	54	43	3
5	52	74	36	16	1	68	30	2
6	59	73	46	12	1	78	20	2
7	64	72	56	8	-	88	12	-
8	67	71	63	4	-	94	6	-
9	67	70	64	3	-	96	4	-
10	67	69	65	2	-	97	3	-
11	67	68	66	1	-	99	1	-
12	67	67	67	-	-	100	-	-
Итого	580	870	492	74	15			

Таблица 4.5 Статистика переходов и оценка памяти соответствующих *l*- конфигураций для агрегированного временного ряда котировки акций «Сибнефть»

<i>l</i> – конфигурации	Всего конфигураций шт.	Всего переходов шт.	Из них переходов			Память		
			1-значных шт.	2-значных шт.	3-значных шт.	полная %	частичная %	отсутствие памяти %
1	3	78	-	-	3	-	-	100
2	9	76	-	4	5	-	44	56
3	22	75	5	10	7	23	45	32
4	41	75	17	20	4	41	49	10
5	58	74	43	15	-	74	26	-
6	63	73	53	10	-	84	16	-
7	66	72	60	6	-	91	9	-
8	68	71	65	3	-	96	4	-
9	69	70	68	1	-	99	1	-
10	69	69	69	-	-	100	-	-
Итого	468	733	380	69	19			

Таблица 4.6 Статистика конфигураций и вариабельность агрегированных временных рядов котировки акций «РАО ЕЭС», «Ростелеком» и «Сибнефть»

Наименование акций	Глубина памяти	Возможное число конфигураций		Вариабельность временного ряда, %
		теоретически	практически	
РАО ЕЭС	13	2391480	560	0,02
Ростелеком	12	797160	580	0,07
Сибнефть	10	88572	468	0,52

4.3.3 Формирование прогнозных значений котировки акций российской компании «Сбербанк», верификация и валидация прогнозной модели

Для конкретного ЛВР, представленного в приложении 1 осуществим прогнозирование неизвестного термина u_{n+1} на основании известных членов этого ряда u_i , $i = \overline{1, n}$ с учетом вычисленных выше частотей вида (4.5)-(4.7), для $l = 1, 2, \dots, k$, где k – глубина памяти в ЛВР (4.2).

Прогноз термина u_{n+1} представляется в виде нечеткого терм-множества (НТМ) $U_{n+1} = \{(H; \mu_H), (C; \mu_C), (B; \mu_B)\}$, где значение функции принадлежности μ удовлетворяет равенству $\mu_H + \mu_C + \mu_B = 1$. Значение, μ_H, μ_C, μ_B вычисляются через значения частотей вида (4.6)-(4.8), получаемых для различных l -конфигураций в следующем отрезке ЛВР

$$u_{n-l+1}, u_{n-k}, \dots, u_n. \quad (4.9)$$

Сначала согласно (4.6) вычисляются частоты переходов из 1-конфигурации u_n в состояния H, C, B : $w_1(u_n \rightarrow H), w_1(u_n \rightarrow C), w_1(u_n \rightarrow B)$. Далее, согласно (4.7), вычисляются эмпирические значения частотей переходов из 2-конфигурации $u_{n-1}u_n$ в состояния H, C и B : $w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow H), w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow C)$ и $w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow B)$, после чего вычисляем значение частотей переходов из 3-конфигурации в $u_{n-2}u_{n-1}u_n$ в состояния H, C и B . Если 3-конфигурация $u_{n-2}u_{n-1}u_n$ демонстрирует наличие памяти, например, $w_3(u_{n-2}u_{n-1}u_n \rightarrow C) = 1$, то переходим к вычислению искомым значений

μ_H, μ_C, μ_B . Для этого сначала вычисляем ненормированные значения $\mu'_H = w_1(u_n \rightarrow H) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow H) + 0$, $\mu'_C = w_1(u_n \rightarrow C) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow C) + 1$, $\mu'_B = w_1(u_n \rightarrow B) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow B) + 0$ и их сумму $\sigma_3 = \mu'_H + \mu'_C + \mu'_B$, после нормировки, которых получаем $\mu_H = \frac{\mu'_H}{\sigma_3}, \mu_C = \frac{\mu'_C}{\sigma_3}, \mu_B = \frac{\mu'_B}{\sigma_3}$.

Если 3-конфигурация $u_{n-2}u_{n-1}u_n$ не демонстрирует наличие памяти, то рассматриваем 4-конфигурации $u_{n-3}u_{n-2}u_{n-1}u_n$, для которой вычисляем частоты ее переходов в состояния H, C и B . Всякий раз к вычислению искомым μ_H, μ_C, μ_B переходим тогда, когда встретится такая l -конфигурация $u_{n-l+1}u_{n-l+2} \dots u_n$, которая демонстрирует наличие памяти, например, получаем единичное значение частоты для термина B : $w_1(u_{n-l+1}u_{n-l+2} \dots u_n \rightarrow B) = 1$. В таком случае, как было сказано выше, сначала вычисляем ненормированные значения функции принадлежности:

$$\begin{aligned} \mu'_H &= w_1(u_n \rightarrow H) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow H) + \dots + w_{l-1}(u_{n-l+2}u_{n-l+3} \dots u_n \rightarrow H) + 0; \\ \mu'_C &= w_1(u_n \rightarrow C) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow C) + \dots + w_{l-1}(u_{n-l+2}u_{n-l+3} \dots u_n \rightarrow C) + 0; \\ \mu'_B &= w_1(u_n \rightarrow B) + w_2(u_{n-1}u_n \rightarrow B) + \dots + w_{l-1}(u_{n-l+2}u_{n-l+3} \dots u_n \rightarrow B) + 1 \end{aligned}$$

и значения их суммы $\sigma_l = \mu'_H + \mu'_C + \mu'_B$. После чего, вычисляем искомое значение функции принадлежности для НТМ U_{n+1} : $\mu_H = \frac{\mu'_H}{\sigma_l}, \mu_C = \frac{\mu'_C}{\sigma_l}, \mu_B = \frac{\mu'_B}{\sigma_l}$.

Представленный таблицей 4.1 ЛВР котировки акций «Сбербанк» заканчивается элементом $u_n = B$, где $n = 78$ и соответствует 31 марту 2005 года. Осуществим прогноз котировки акций на следующий полумесяц (апрель) 2005 года, т.е. построим для отсутствующего элемента u_{n+1} его нечеткое терм-множество $U_{n+1}^0 = \{(H; \mu_H^0), (C; \mu_C^0), (B; \mu_B^0)\}$. Прогноз осуществляется на лингвистическом уровне, т.е. определенно можно сказать каким будет значение курса акций на следующем временном шаге: низким, средним или высоким.

Учитывая установленную глубину памяти $k = 10$, рассматриваем отрезок ЛВР

$$u_{n-9}u_{n-8}u_{n-7}u_{n-6}u_{n-5}u_{n-4}u_{n-3}u_{n-2}u_{n-1}u_n = CCBVCHHCCB. \quad (4.10)$$

Для ряда (4.10) рассматриваем все его l – конфигурации, $l = \overline{1, k}$, $k = 10$:
 $B; CB; CCB; HCCB; HHCCB; CHHCCB; BCHHCCB; BBCHHCCB; CBBCCHHCCB;$
 $CCBVBCHHCCB$.

Для $l = 1$ из приложения 2 получаем

$$w_1(B \rightarrow H) = \frac{1}{18}, \quad w_1(B \rightarrow C) = \frac{13}{18}, \quad w_1(B \rightarrow B) = \frac{4}{18}. \quad (4.11)$$

Для $l = 2$ из приложения 2 получаем значения частот переходов из 2-конфигурации CB в термы H, C, B :

$$w_2(CB \rightarrow H) = \frac{1}{13}, \quad w_2(CB \rightarrow C) = \frac{8}{13}, \quad w_3(CB \rightarrow B) = \frac{4}{13}. \quad (4.12)$$

Для $l = 3$ из приложения 2 получаем

$$w_3(CCB \rightarrow H) = 0, \quad w_3(CCB \rightarrow C) = \frac{5}{7}, \quad w_3(CCB \rightarrow B) = \frac{2}{7}. \quad (4.13)$$

Для $l = 4$ из приложения 2 имеем

$$w_4(HCCB \rightarrow H) = 0, \quad w_4(HCCB \rightarrow C) = \frac{5}{6}, \quad w_4(HCCB \rightarrow B) = \frac{1}{6}, \quad (4.14)$$

Для $l = 5$ из приложения 2 получаем значение частот

$$w_5(HHCCB \rightarrow H) = 0, \quad w_5(HHCCB \rightarrow C) = \frac{1}{2}, \quad w_5(HHCCB \rightarrow B) = \frac{1}{2}, \quad (4.15)$$

Для $l = 6$ приложения 2 получаем

$$w_6(CHHCCB \rightarrow H) = 0, \quad w_6(CHHCCB \rightarrow C) = \frac{1}{2}, \quad w_6(CHHCCB \rightarrow B) = \frac{1}{2}, \quad (4.16)$$

Для $l = 7$ приложения 2 имеем

$$w_7(BCHHCCB \rightarrow H) = 0, \quad w_7(BCHHCCB \rightarrow C) = 1, \quad w_7(BCHHCCB \rightarrow B) = 0, \quad (4.17)$$

Для $l = 7$ соответствующая 7-конфигурация $BCHHCCB$ демонстрирует наличие памяти, в силу чего для ряда (4.2) процесс вычисления частот можно прекратить.

На основании значений частот (4.11)-(4.17), вычисляем ненормированные значения функции принадлежности: $\mu'_H = \frac{1}{18} + \frac{1}{13} + 0 = 0,14$;

$\mu'_C = \frac{13}{18} + \frac{8}{13} + \frac{5}{7} + \frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 4,88$; $\mu'_B = \frac{4}{18} + \frac{4}{13} + \frac{2}{7} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 0 = 1,98$ и их сумму

$\sigma = 0,14 + 4,88 + 1,98 = 7,0$. Далее, осуществляя операцию нормирования, полу-

чим искомое значение функции принадлежности: $\mu_H^0 = \frac{\mu'_H}{\sigma_l} = \frac{0,14}{7} = 0,02$,

$$\mu_C^0 = \frac{\mu'_C}{\sigma_l} = \frac{4,88}{7} = 0,69, \quad \mu_B^0 = \frac{\mu'_B}{\sigma_l} = \frac{1,98}{7} = 0,29.$$

Таким образом, прогнозное значение курса акций для $i = n+1$ представляется в виде НТМ $U_{n+1}^0 = \{(H;0,02), (C;0,69), (B;0,29)\}$. В лингвистических терминах этот прогноз можно сформулировать следующим образом: в середине апреля 2005 года ожидается средний курс акций или менее вероятно низкий, что соответствует реальности.

Применительно к понятию «модель», термин «верификация» означает проверку структуры и логики модели, а термин «валидация» означает проверку соответствия данных, полученных на основе модели, реальному процессу. Для реализации этих видов проверки построенной прогнозной модели последовательно рассматриваем лингвистические временные ряды

$$u_i, i = 1, 2, \dots, m, \quad m = n - r, \quad r = \overline{1, n - k}, \quad (4.18)$$

т.е., ряды (4.18) получаются путем удаления из ЛВР (4.2) последних r его членов. Для каждого фиксированного индекса m строим прогноз термина u_{m+1} , представляемого в виде НТМ $U_{m+1} = \{(H; \mu_H), (C; \mu_C), (B; \mu_B)\}$.

Пусть, в полученном НТМ U_{m+1} , среди чисел μ_H, μ_C, μ_B , максимальным является то число $\mu_\Delta, \Delta \in \{H, C, B\}$, у которого индекс Δ совпадает с термом u_{m+1} ряда (4.2). Тогда, говорим, что для рассматриваемого индекса m прогнозная нечеткая модель привела к непротиворечивому прогнозу. В противном случае, говорим о противоречивом прогнозе для термина m .

4.3.4 Получение числового прогноза и оценка его точности

Осуществим трансформацию прогнозного НТМ в числовой прогноз с помощью известной процедуры дефазификации НМ [65].

Пусть получено лингвистическое прогнозное значение урожайности

$$U_{n+1}^0 = \{(H;0,02), (C;0,69), (B;0,29)\}. \quad (4.19)$$

Приведем описание процесса преобразования лингвистического нечеткого множества (ЛНМ) (4.19) в численное (классическое) НМ

$$Y_{n+1}^0 = \{(y_H^0; \mu_H), (y_C^0; \mu_C), (y_B^0; \mu_B)\}. \quad (4.20)$$

В качестве подходящих числовых значений элементов y_u^0 , $u \in \{H, C, B\}$ выбираются в ВР (4.2) ближайšie к элементам y_u низкие, средние и высокие курсы акций, которые затем усредняются:

$$y_H^0 = \frac{1}{2}(y_{74} + y_{75}) = \frac{1}{2}(12100 + 11970) = 12035;$$

$$y_C^0 = \frac{1}{2}(y_{76} + y_{77}) = \frac{1}{2}(13350 + 14000) = 13675;$$

$$y_B^0 = y_{78} = 16349.$$

Отсюда, с учетом представленных в ЛНМ (4.19) значений функции принадлежности μ_H, μ_C, μ_B получаем искомый прогноз в виде НМ

$Y_{n+1}^0 = \{(12035; 0,02), (13675; 0,69), (16349; 0,29)\}$. Применяя к НМ Y_{n+1}^0 операцию дефазификации [65], получаем прогнозное значение котировки акций в обычном

числовом виде, т.е. $Y_{n+1}^0 = \sum_{t=1}^3 \mu_t \cdot y_t^0 = 0,02 \cdot 12035 + 0,69 \cdot 13675 + 0,29 \cdot 16349 = 14401,2$,

где индексом $t=1,2,3$ перенумерованы соответственно термы H, C, B :

$$\mu_1 = \mu_H = 0,02, \quad \mu_2 = \mu_C = 0,69, \quad \mu_3 = \mu_B = 0,29.$$

Согласно определению прогнозной модели на ее выходе можно получить ВР Y^0 прогнозных значений y_i^0 , $i = L, L+1, \dots, n$, занумерованных тем же индексом, которым были занумерованы значения курсов акций в исследуемом ВР (2.10). Тогда относительная погрешность прогнозирования для каждого наблюдения $i \in \{L, L+1, \dots, n\}$ вычисляется по формуле $\varepsilon_i = \frac{|y_i - y_i^0|}{y_i^0}$. В каче-

стве оценки точности прогнозирования принимаем среднее значение

$$\varepsilon_i = \frac{1}{n-L+1} \sum_{i=L}^n \varepsilon_i.$$

На основании валидации результатов прогнозирования ВР котировки акций «Сбербанк» получена оценка средней числовой погрешности прогноза

$\varepsilon \leq 7\%$ (см. приложение 3).

Оценка погрешности результатов, полученных с помощью предлагаемой прогнозной модели, обосновывается также по отношению такого результата валидации, как ВР лингвистических нечетких множеств $U: u_i, i = L+1, \dots, n$. В этом случае погрешность $\bar{\varepsilon}_i$ лингвистического прогнозирования для каждого наблюдения i принимается равной нулю, если в ряду ЛНМ $U: u_i, i = L, L+1, \dots, n$ для полученного ЛНМ $U^0 = \{(u_1^0, \mu_1), (u_2^0, \mu_2), (u_3^0, \mu_3)\}$, где максимальное значение функции принадлежности $\mu = \max_{1 \leq t \leq 3} \mu_t$ достигается для такого индекса $t = t_0$, что в ЛВР (2.8) элемент u_i совпадает с термом $u_{t_0}^0$, т.е. $\bar{\varepsilon}_i = 0$, если выполняется равенство $u_i = u_{t_0}^0$, в противном случае значение $\bar{\varepsilon}_i = 1$. Погрешность лингвистического прогнозирования определяется как среднее значение $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n-L+1} \sum_{i=L}^n \bar{\varepsilon}_i$.

На основании валидации результатов лингвистического прогнозирования ВР курса акций «Сбербанк» получена оценка средней погрешности лингвистического прогноза $\bar{\varepsilon}_i = 8,3\%$, т.е. в процессе валидации прогнозная модель выдала один неточный прогноз в лингвистических терминах для u_{72} (см. приложение 3). В табл.4.7 отражены результаты клеточно-автоматной прогнозной модели для агрегированных двухнедельных временных рядов котировки акций ведущих российских компаний «РАО ЕЭС», «Ростелеком» и «Сибнефть».

Таблица 4.7 Результаты клеточно-автоматной прогнозной модели для агрегированных временных рядов котировки акций «РАО ЕЭС», «Ростелеком» и «Сибнефть».

Наименование котировки акций	Глубина памяти	Завершающий отрезок	Прогнозные значения в виде		Результат дефляции	Ошибка числового прогноза	Ошибка лингвистического прогноза
			лингвистического нечеткого множества	числового нечеткого множества			

РАО ЕЭС	13	НСВССВСННСВ	{(H;0,23),(C;0,75),(B;0,02)}	{(8,2;0,23),(8,6;0,75),(9,4;0,02)}	8,54	23,5 %	14,5 %
Ростелеком	12	ВВСННСВВССВ	{(H;0,1),(C;0,3),(B;0,6)}	{(50,8;0,1),(57,9;0,3),(65,3;0,6)}	61,6	18,6 %	12,8 %
Сибнефть	10	ННСВВССВВ	{(H;0,04),(C;0,8),(B;0,16)}	{(79;0,04),(86,5;0,8),(94;0,16)}	87,4	26,2 %	19,3 %

Таким образом, с учетом предпрогнозных результатов полученных в предыдущих главах 2 и 3, можно утверждать, что реализация выбранного в настоящей работе подхода к моделированию представляет собой полную общепринятую последовательность устоявшего стандарта набора этапов моделирования:

1. Анализ объекта моделирования, включая структурирование, с целью формирования перечня параметров и показателей моделей.
2. Выбор адекватного подхода и используемых математических методов моделирования.
3. Численная реализация выбранных математических методов на базе конкретных исходных статистических данных.
4. Верификация, т.е. логический анализ модели и результатов моделирования.
5. Валидация используемых методов, включая оценку погрешности.
6. Доработка и представление окончательного варианта предлагаемого процесса моделирования.

Вышеуказанная последовательность шести этапов моделирования rea-

лизована на временных рядах котировки акций известных российских компаний «РАО ЕЭС», «Ростелеком» и «Сибнефть» и наиболее полно представлена в настоящей диссертационной работе на конкретных исходных данных компании «Сбербанк».

4.4 Выводы к главе 4

1. Сопоставляя результаты предпрогнозного анализа, полученные в главах 2 и 3, с результатами прогнозирования, представленными в приложении 3 и таблице 4.7, представляется возможным утверждать, что результаты прогнозирования на базе клеточного автомата в достаточной степени согласуются с результатами предпрогнозного анализа, полученными как с помощью фрактального анализа, так и с помощью фазового анализа:

- достаточно значительным погрешностям числового и лингвистического прогноза временных рядов котировки акций компаний «РАО ЕЭС», «Ростелеком» и «Сибнефть» (см.табл.4.7) предшествовали неудовлетворительные предпрогнозные характеристики этих рядов (как исходных так и агрегированных);

- вполне приемлемым (т.е. сопоставимым с погрешностью исходных данных) погрешностям числового и лингвистического прогноза временного ряда котировки акций компании «Сбербанк» предшествовали вполне удовлетворительные прогнозные характеристики агрегированного ВР этой компании.

2. В контексте сложившихся к настоящему времени методов экономико-математического прогнозирования можно утверждать, что реализации собственно прогнозирования, по необходимости должен предшествовать этап предпрогнозного анализа. Имеется основание ожидать, что чем лучше предпрогнозные характеристики, тем лучше результаты прогнозирования. При этом целесообразно реализовать комбинированный подход к построению, визуализации и совместному использованию клеточного автомата, фа-

зовых портретов и фрактального анализа временных рядов для получения дополнительной прогнозной информации.

Заключение

Основные результаты, полученные в ходе диссертационного исследований можно представить в виде следующего перечня:

1. Проведен анализ основных принципов существующих подходов к прогнозированию временных рядов, осуществлено обоснование факта ограниченной применимости классических методов прогнозирования для экономических временных рядов с памятью, составляющих предмет диссертационного исследования.

2. Сформулирована и развита авторская концепция агрегирования экономических временных рядов для получения предпрогнозной информации методами нелинейной динамики и теории хаоса, в частности фрактального анализа временных рядов, базирующейся на выявлении таких фундаментальных характеристик, как глубина памяти, наличие свойства персистентности и наличия (или отсутствия) свойства трендоустойчивости.

3. Выполнен предпрогнозный анализ временных рядов котировки акций на базе фазовых портретов и агрегирования этих рядов, в результате чего выявлена эффективность использования процедуры агрегирования.

4. Осуществлена адаптация вычислительной схемы этапов известной клеточно-автоматной прогнозной модели для прогнозирования временных рядов котировки акций.

5. Для получения дополнительной прогнозной информации реализован комбинированный подход к построению, визуализации и совместному использованию клеточного автомата, фазовых портретов и фрактального анализа временных рядов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. (EHIPS) ИКИ РАН. Генетические алгоритмы. Режим доступа: [<http://www.iki.rssi.ru/ehips/Genetic.htm> 09.08.2004].
2. Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. Self -organized criticality: An explanation of $1/f$ – noise //Phys. Rev. Lett.1987. – P.128-140.
3. Billings S.A. Hong X. Dual - orthogonal radial function networks for nonlinear time series prediction // Neural Networks, 1998. 11. P. 479 - 493.
4. Cheland P.B., Scholes I. Soft Systems Methodology in Action. – Chichester, Wiley, 1990.
5. Cootner, P. “Comments on the Variation of Certain Speculative Prices,” in P. Cootner, ed., The Random Character of Stock Market Prices. Cambridge: MIT Press, 1964 a.
6. Fama, E.F. “Portfolio Analysis in a Stable Paretian Market,” Management Science 11, 1965 a.
7. Funobashi M., Moeda A., Morooka Y., Mori K. Fussy and Neural Hybrid Expert Systems: Sinergetic AI. – Alin Japan, IEEE,1995,august. – Pp.33-40.
8. Holden K., Peel D.A., Thomson J.L. Economic forecasting: an introduction. – Press Syndicate of the University of Cambridge, 1990. – 213 p.
9. Holland J. The dynamics of searches directed by Genetic Algorithms.In: LeeY.S. (ed.) Evolution, Learning and Cognition. - Word Scientific,Singapore,1988.
10. Honovar V. Symbolic Artificial Intelligence and Numeric Artificial Neural Networks: Toward a Resolution of Dichotomy. Invited chapter. In : Computational Architectures Integrating Symbolic and Neural Processes. Sun, R. a Bookman, L.(Ed) N.Y.: Kruwer, 1994. – Pp. 351-385.
11. Hurst H.E. The Long-Term Storage Capacity of Reservoirs, Transactions of the American Society of Civil Engineers, 116, 1951.
12. International workshop on combination of genetic algorithmsand neural networks (1992; Baltimore, Md), June 6, 1992. / COGANN-92;Ed. L.P. Whitley,J.P. Schaffer. - Los Alamatic (Ca) et al.: IEEEcomputer. soc. press, 1992. - VIII, 262p.
13. Jones A.J. Genetic algorithms and their applications to the design of neural networks//Neural computing and applications,v. 1, no. 1, 1993.
14. Karni, E, Decision Making Under Uncertainty: the Case of State – Dependent Preferences /E.Karni. – Cambridge: Harvard U.P., 1985. – 147 p.
15. Mandelbrot, B. “The Variation of Certain Speculative Prices” in P. Cootner, ed., The Random Character of Stock Prices. – Cambridge: MIT Press, 1964.
16. Mandelbrot, B. The Fractal Geometry of Nature. New York: W.H. Freeman, 1982.

17. Osborne, M.F.M. “Brownian Motion in the Stock Market,” in P. Cootner, ed., *The Random Character of Stock Prices*. – Cambridge: MIT Press, 1964.
18. Poggio T., Girosi F.A. *Theory of Networks for approximation and learning* //A.I. Memo N 1140., C.B.I.P. Paper № 31. -1994.- 63 p.
19. Robert S. Pindyck, Daniel L. Rubinfeld. *Econometric models and economic forecasts*. – McGRAW-HILL, INC, 1991. – 596p.
20. Sharpe, W.F. *Portfolio Theory and Capital Markets*. – New York: McGraw-Hill, 1970.
21. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence //*Dynamical systems and turbulence*, eds. D.Rand, L.Young. Berlin: Springer – Verlag. – P. 366-382.
22. Ulam S. *Sets, Numbers and Universes*. Cambridge, Mass: MIT Press, 1974. – 258 p.
23. Vaughan, E.J. *Fundamentals Risk and Insurance* / E.J. Vaughan, C. M. Elliott. 2 nd Ed. – S. Barbara: John Wiley, 1978. – 642 p.
24. Wolfram S. (ed) *Theory and Application of Cellular Automata*. Singapore /Teaneck, N.J.: World Scientific, 1986. – 878 p.
25. Wolfram S. Cellular automata as models of complexity //*Nature*. 1984. V.341. – P.419-424.
26. Wolfram Stephen, *A New Kind of Science*, Wolfram Media, Inc, 2002. – 1280 p.
27. Абовский Н.П. и др. Разработка практического метода нейросетевого прогнозирования. //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002. - С. 1089 - 1097.
28. Айвазян С.А. Т.2: Основы эконометрики.– М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.– 432 с.
29. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Т.1: Теория вероятностей и прикладная статистика.– М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 656 с.
30. Александров В.В., Алексеев А.И., Горский Н.Д. Анализ данных на ЭВМ (на примере СИТО). – М.: Финансы и статистика, 1990. –192с.
31. Алексеев В.И., Максимов А.В. Использование нейронных сетей с двухмерными слоями для распознавания образов//Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб. докл., 2002. - С. 69-72.
32. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
33. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: – Тюмень: Изд-во ТюмГУ, 2000. – 352 с.
34. Сизов Ю.С. Анализ портфелей ценных бумаг и управление ими в современной России. Режим доступа: [http://mirkin.eufn.ru/articles_1.htm#sizov4 03.2004].
35. Бабков Г.А., Касаева М.Д., Перепелица В.А. Фрактальный анализ одного временного ряда урожайностей /Материалы V Всероссийского симпозиума «Математическое моделирование и компьютерные технологии», т.2. – Кисловодск: КИЭП, 2002.– С. 16-17.

36. Барский А.Б. Обучение нейросети методом трассировки //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб. докл., 2002.-С. 862-898.
37. Батищев Д.И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач. - Воронеж: ВГУ, 1994. - 135 с.
38. Белим С.В. Математическое моделирование квантового нейрона//Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб.докл., 2002. - С. 899 -903.
39. Бессонов В.А. Введение в анализ российской макроэкономической динамики переходного периода. – М.: ЦЭМИ РАН, 2003. – 151 с.
40. Билл Вильямс "Новые измерения в биржевой торговле", ИК Аналитика, 2000. – 262 с.
41. Бирман Э.Г. Сравнительный анализ методов прогнозирования //НТИ.Сер.2 – 1986. - №1. – С.11-16.
42. Бодянский Е.В., Кучеренко Е.И. Диагностика и прогнозирование временных рядов многослойной радиально-базисной нейронной сети //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб. докл., 2002. - С. 69-72.
43. Булашев С.В. Статистика для трейдеров. – М.: Компания «Спутник +», 2003. – 245 с.
44. Бутенко А.А. и др. Обучение нейронной сети при помощи алгоритма фильтра Калмана. //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение»: Сб. докл., 2002. - С. 1120 - 1125.
45. Вайну Я. Корреляция рядов динамики. – М.: Статистика, 1977. –119с.
46. Винтизенко И.Г. Детерминированное прогнозирование в экономических системах /Труды III Международной конференции «Новые технологии в управлении, бизнесе и праве». – Невинномысск: Изд-во ИУБиП. – С.30-37.
47. Виханский О.С. Стратегическое управление: Учебник. – М.: Гардарика, 1998.– 296 с.
48. Волкова В.Н., Денисов А.А. Основы теории систем и системного анализа: Учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению «Системный анализ и управление». – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003. – 520 с.
49. Вороновский Г.К., и др. Генетические алгоритмы, нейронные сети и проблемы виртуальной реальности. - Х.: ОСНОВА, 1997. - 112 с.
50. Гаврилов А.В. Гибридные интеллектуальные системы. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 162 с.
51. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей. Кн. 1: Учеб. Пособие для вузов. М.: ИПРЖР, 2001. - 385 с.

52. Гаскаров Л.В., Голинкевич Т.А. Мозгалеvский А.В. Прогнозирование технического состояния и надежности радиоэлектронной аппаратуры. –М.: Сов.Радио, 1974. – 224 с.
53. Исаев С.А. Генетические алгоритмы и машинное обучение. Режим доступа: [http://www.blind.alfint.ru/modules.php?name=News&new_topic=3 29.04.2003].
54. Голоvко В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. Кн.4:Учеб.пособие для вузов/Общая ред. А.И. Галушкина. - М.: ИПРЖР, 2001.- 256 с.
55. Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания: Учеб.пособие. – М.: Высш.шк., 1984. – 208 с.
56. Гусак А.Н. и др. Подход к послойному обучению нейронной сети прямого пространства//Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002. - С. 931 - 933.
57. Данилов Д.А., Жигляvский А.А. (ред.) Главные компоненты временных рядов: метод «Гусеница». – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный университет, 1997. – 308 с.
58. Динамические системы. Итоги науки и техники. Сер. Современные проблемы математики. – М.: Наука, 1985. – Т. 1-4.
59. Долятовский В.А., Касаков А.И., Коханенко И.К. Методы эволюционной и синергетической экономики в управлении. – Отрадная: РГЭУ- ИУБиП-ОГИ, 2001.– 577 с.
60. Дудов А.С., Щадурев М.Г. О новых показателях в прогнозировании экономических процессов //Приложение к журналу «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Общественные науки. – 2001.-1.– С.12-17.
61. Емельянов С. В., Ларичев О.И. Многокритериальные методы принятия решений. – М: Знание, 1985. – 32 с.
62. Еремин Д.М. Система управления с применением нейронных сетей//Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. - 2001. -№9 -С. 8-11.
63. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцев В.Н. Общая теория статистики: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2000. – 416 с.
64. Жваколюк Ю.В. Внутредневная торговля на рынке ФОРЕКС. – С-П.: Питер, 2000. – 186 с.
65. Жирабок А.Н. Нечеткие множества и их использование для принятия решений //Соросовский образовательный журнал. – 2001. – Т.7, №2. – С.109–115.
66. Зайченко Ю.П. Исследование операций: Нечеткая оптимизация: Учеб.пособие. – Киев: Выща школа, 1991. – 191 с.
67. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. – М.: Мир, 1999. – 335 с.

68. Ибираимова Т.Б. Прогнозирование тенденций финансовых рынков с помощью нейронных сетей //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002 г. - С. 745 - 755.
69. Иванов М.Н. Анализ роста курса акций с применением нейронных сетей. //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002 г. - С. 756 - 772.
70. Кардаш В.А. Экономика оптимального погодного риска в АПК (теория и методы). – М.: Агропромиздат, 1989.–167 с.
71. Касаев О.Б., Савченко В.И. Модели и методы прогнозирования технического состояния космических средств: Метод. пособие. – СПб.: ВИКУ им. А.Ф. Можайского, 1997. – 37 с.
72. Касти Дж. Связность, сложность и катастрофы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 216 с.
73. Кендэлл М., Стюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.
74. Кобелев Н.Б. Практика применения экономико-математических методов и моделей /Учеб.-практ. пособие. – М.: ЗАО «Финстатинформ», 2000. – 246 с.
75. Колби Роберт. Энциклопедия технических индикаторов. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2004. – 837с.
76. Кондратьев Н.Д. Большие циклы конъюнктуры //Вопросы конъюнктуры. – 1925. – Т. 1. вып. 1. – С. 28-79.
77. Короновский А.А., Трубецков Д.И. Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки. – Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2002.
78. Кравченко П.П. Как не проиграть на финансовых рынках. – М.: ДИС, 1998. – 416 с.
79. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 543 с.
80. Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нестационарные структуры, динамический хаос, клеточные автоматы. В сб. Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. – С. 95-164.
81. Кучин Б.Л., Якушева Е.В. Управление развитием экономических систем: технический прогресс, устойчивость. – М.: Экономика, 1990. – 156 с.
82. Лащев А.Я., Глушич Д.В. Синтез алгоритмов обучения нейронных сетей. //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002 г. - С. 997 - 999.
83. Лекции по нейронным сетям и генетическим алгоритмам. Режим доступа: [<http://infoart.baku.az/inews/30000007.htm> 29.08.2002].
84. Лизелотт С. Валютные операции - основы теории и практика, 1998. – 175 с.

85. Лопатников Л.И. Экономико-математический словарь. – М.: Наука, 1987. – 510 с.
86. Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Введение в синергетику: Учеб. руководство. – М.: Наука, 1990.– 324 с.
87. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Нелинейность. Новые проблемы, новые возможности. В кн. Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. (Серия «Кибернетика: неограниченные возможности и возможные ограничения»).– С.165-190.
88. Малхотра Н.К. Маркетинговые исследования. Практическое руководство. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 960 с.
89. Миркин Я.М. Рынок ценных бумаг России: воздействие фундаментальных факторов, прогноз и политика развития. – М.: Альпина Паблишер, 2002. – 624 с.
90. Математика. Большой энциклопедический словарь /Гл.ред Ю.В. Прохоров. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 848 с.
91. Мерфи Д. Межрыночный технический анализ. – М.: Диаграмма 2002. – 317 с.
92. Морозов Т.Г., Пикулькин А.В., Тихонов В.Ф. и др. Прогнозирование и планирование в условиях рынка. Учебное пособие для вузов. Под ред. Т.Г. Морозовой, А.В. Пикулина. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 318 с.
93. Назаров А.В., Лоскутов А.И. Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем. – СПб.: Наука и Техника, 2003. – 384 с.
94. Нейман Дж. Теория самовоспроизводящихся автоматов. – М.: Мир, 1971. – 378 с.
95. Нейман Э.Л. Трейдер - Инвестор. – Киев: ВИРА-Р, 2003. – 640 с.
96. Недосекин А.О. Нечетко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. СПб: Сезам, 2002. - 181 с.
97. Новоселова Л. А. Правовое регулирование безналичных расчетов в Российской Федерации. – М.: Де-Юре, 1995. – 515 с..
98. Овчаренко Н.Ф. Роль и развитие статистики и экономико-математических методов //История науки и техники. – Москва: Научтехлитиздат, 2005. – №4. – С. 64-67.
99. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
100. Перепелица В.А., Беляков С.С., Овчаренко Н.Ф. Фрактальный анализ временных рядов объемов инвестиций в основной капитал региона //Региональное приложение к журналу «Современные наукоемкие технологии».– 2004.– №2.– С.19-23.
101. Перепелица В.А., Зеляковская В.М. Завгороднева О.В., Зеляковский Е. В., Касаева М.Д. Управление рисками и прогнозирование в АПК «Экономика развития региона: проблемы, поиски, перспективы». Ежегодник Южной секции

- содействия развития экономической науки. ООИ РАН. Вып. 4. – Волгоград: Изд-во ВолГУ, 2004. – С.350-364.
102. Перепелица В.А., Касаева М.Д., Тебуева Ф.Б., Темирова Л.Г. Использование инструментария клеточных автоматов для формирования прогнозных нечетких значений урожайности на базе временного ряда //Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. – 2003. - № 4. – С. 5-11.
103. Перепелица В.А., Попова Е.В. Математические модели и методы оценки рисков экономических, социальных и аграрных процессов.- Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2002. – 208 с.
104. Перепелица В.А., Попова Е.В. Математическое моделирование экономических и социально- экологических рисков. – Ростов н/Д.: Изд-во Рост. ун-та, 2001. – 126 с.
105. Перепелица В.А., Попова Е.В., Янгишиева А.М., Салпагаров А.Д. Использование методов нелинейной динамики для предпрогнозного анализа объемов стока горных рек //Экономический вестник научных центров ЧЭС. – 2005.– №1.– С.73-84.
106. Перепелица В.А., Тебуева Ф.Б., Темирова Л.Г., Касаева М.Д. Прогнозная модель урожайности на базе клеточных автоматов и нечетких множеств /Труды III Международной конференции «Новые технологии в управлении, бизнесе и праве», г. Невинномысск, 30 мая 2003 г., Невинномысск: ИУБиП, 2003. – С. 163-167.
107. Перепелица В.А., Тебуева Ф.Б., Узденов Р.Х. Квазициклы временных рядов объемов жилищного строительства. Труды III международной конференции «Новые технологии в управлении, бизнесе и праве».- Невинномысск: ИУБиП, 2003. – С.159-163.
108. Перепелица В.А., Тебуева Ф.Б., Узденов Р.Х., Такушинов А.Р. Различие фрактальных свойств временных рядов с наличием и отсутствием долговременной памяти. Там же, с.184-188.
109. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг, 2004. – 304 с.
110. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. – М.: Мир, 2000. – 333 с.
111. Полетаев А.В., Савельева И.М. Циклы Кондратьева и развитие капитализма (опыт междисциплинарного исследования). – М.: Наука, 1993. – 249 с.
112. Пригожин И., Стингерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. – М.: Прогресс, 1986.– 278 с.
113. Прикладные нечеткие системы: Пер. с япон. /К.Асаи, Д.Ватада, С.Иваи и др.; под редакцией Т. Тэрано, К. Асаи, М. Сугэно. – М.: Мир, 1993. – 368 с.

114. Присняков В.Ф. Нестационарная макроэкономика: – Учебное пособие. – Донецк: Дон- НУ. – 2000. – 209 с.
115. Прогнозирование и планирование в условиях рынка: Учеб. пособие для студентов вузов /Под ред. Т.Г. Морозовой, А.В. Пикулькина. – М.: ЮНИТИ-Дана, 1999. – 318 с.
116. Прогностика. Термины и определения /Комитет научно-технической терминологии. Выпуск 109. – М.: Наука, 1990. – 56 с.
117. Пятецкий В.Е., Бурдо А.И. Имитационное моделирование процесса создания обучающихся систем. - В сб.: Имитационное моделирование производственных процессов. Под. ред. Мироносецкого Н.Б., - Новосибирск.1979.
118. Рубцов Б.Б. Мировые рынки ценных бумаг. – М.: Экзамен, 2002. – 448 с.
119. Растригин Л. А., Пономарев Ю.П. Экстраполяционные методы проектирования и управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 120 с.
120. Розенблат Ф. Принципы нейродинамики: Персептрон и теория механизмов мозга. Пер. с англ. -М.: Мир, 1965.
121. Сафонова Т.Ю. Биржевая торговля финансовыми инструментами, 2000. – 542 с.
122. Сергеева Л.Н. Клеточные сети с опосредованным взаимодействием в микроэкономическом моделировании //Искусственный интеллект, №2 (специальный выпуск). – 1999. – С. 398-406.
123. Сергеева Л.Н. Моделирование поведения экономических систем методами нелинейной динамики (теории хаоса). – Запорожье: ЗГУ, 2002. – 227 с.
124. Сигел Э. Практическая бизнес-статистика.– М.: Издательский дом «Вильямс», 2002.– 1056 с.
125. Сигеру О., и др. Нейроуправление и его приложения. Пер. с англ. под ред. А.И. Галушкина. - М.: ИПРЖР, 2001. – 321 с.
126. Сорос Дж. Алхимия финансов, 2001. – 415 с.
127. Сплайн-функции в экономико-статистических исследованиях. – Новосибирск: Наука, 1987. – 206 с.
128. Таран В.А. Играть на бирже просто?! СПб.: - Питер, 2005. – 256с.
129. Тихонов Э.Е. Совершенствование методов прогнозирования с использованием нейронных сетей и системы остаточных классов. Дисс. к.т.н. Ставрополь: СГУ, 2004.
130. Томпсон Дж.М. Неустойчивости и катастрофы в науке и технике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. - 254 с.
131. Тутубалин В.Н. Статистическая обработка рядов наблюдений. М.: – Знание, 1973. – 64 с.

132. Ульяницкая Н.М. Моделирование процессов управления развития производства. В сб. Управление развитием производственных систем. – Ростов-на-Дону: РГУПС, 1999. – С.104-169.
133. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. – М.: Наука, 2001. – 431 с.
134. Федер Е. Фракталы.– М.: Мир, 1991.– 260 с.
135. Фёрстер Э., Рёнц Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа /Пер. с нем. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 302 с.
136. Фишберн П.С. Теория полезности для принятия решения. – М.: Наука, 1978. – 298 с.
137. Фролов Ю.В. Интеллектуальные системы и управленческие решения. – М.: МГПУ, 2000. – 294 с.
138. Хубаев Г.Н. Качество подготовки специалистов: модели и алгоритмы анализа и прогнозирования /Материалы IV международной научно-практической конференции. Ростов-на-Дону, 2000.– С. 180-186.
139. Широков Р.В. Нейросетевые модели систем автоматического регулирования промышленных объектов. Дисс. к.т.н., Ставрополь: СГУ, 2003.
140. Швагер Д. Технический анализ. Полный курс. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 806 с.
141. Шеннон Р.Ю. Имитационное моделирование систем – наука и искусство /Под ред.Е.К. Масловского. – М.: Мир, 1978. – 310 с.
142. Шибхуззов З.М. Конструктивный TOWER алгоритм для обучения нейронных сетей из ТП – нейронов //Труды VIII Всероссийской конференции «Нейрокомпьютеры и их применение» Сб.докл., 2002. - С. 1066 - 1072.
143. Шарп У. Ф., Александер Г., Бэйли Д. В. Инвестиции. – М.: ИНФРА-М, 2004. – 1028 с.
144. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2001.– 528 с.
145. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение.– М.: Мир, 1988.– 240 с.
146. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. пособие для вузов/ В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др. – М.: ЮНИТИ, 2000. – 391 с.
147. Яновский Л.П. Принципы, методология и научное обоснование урожая по технологии «Зонт». – Воронеж: ВГАУ, 2000. – 379 с.

Приложение 2

Частотный анализ памяти клеточного автомата, для агрегированного
ВР двухнедельной котировки акций «Сбербанк», представленный
комбинаторно

Глубина конфигурации	Переход из l -конфигурации	Переход в Н,С и В		Всего переходов	Частота, w	Глубина конфигурации	Переход из l -конфигурации	Переход в Н,С и В		Всего переходов	Частота, w	
		Частота переходов	Частота переходов					Частота переходов	Частота переходов			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	Н	Н	7	22	0,318	3	С В С	С	1	8	0,125	
		С	14		В			4	0,500			
		В	1		С			4	4	1,000		
	С	Н	13	37	0,351		В Н В	С	1	1	1,000	
		С	10		В С Н			Н	3	7	0,429	
		В	14					С	4		0,571	
	В	Н	1	18	0,056		В С С	Н	1	2	0,500	
		С	13		В			1	0,500			
		В	4		Н			1	4	0,250		
	Н Н	Н	1	7	0,143		В С В	С		2	4	0,500
		С	6		В			1	0,250			
		Н С	Н		4			14	0,286	В В С	Н	4
С	8		Н Н Н С	Н	1	1	1,000					
В	2			Н Н С Н	С	2	2		1,000			
Н В	С	1	1	1,000	Н Н С С	В	3	3	1,000			
	С Н	Н	6	13		0,462	Н Н С В	С	1	1	1,000	
		С	7			Н С Н Н		С	2	2	1,000	
С С	Н	2	10	0,200	Н С Н С	Н	1	2	0,500			
	В	8		С		1	0,500					
2	С В	Н	1	13	0,077	Н С С Н	С	1	1	1,000		
		С	8		Н С С В		С	5	6	0,833		
		В	4				В	1		0,167		
	В Н	В	1	1	1,000	Н С В С	Н	1	1	1,000		
		В С	Н	7	13		0,538	Н С В В	С	1	1	1,000
			С	2			Н В С С		Н	1	1	1,000
В	4	0,308	С Н Н Н	С		1	1	1,000				
В В	С	4	4	1,000	С Н Н С	Н	1	5	0,200			
	Н Н Н	С	1	1		1,000	С		3	0,600		
3	Н Н С	Н	2		0,333	4	С Н Н С	В	1		0,200	
		С	3	6	0,500			С Н С Н	Н	2	2	1,000
	В	1	0,167		С Н С С		Н		1	4	0,250	
	Н С Н	Н	2	4			0,500	В	3		0,750	
		С	2		0,500		С Н С В	В	1	1	1,000	
	Н С С	Н	1	8	0,125			С С Н Н	Н	1	1	1,000
		В	7		0,875		С С Н С	В	1	1	1,000	
	Н С В	С	1	2	0,500		С С В С	С	1	5	0,200	
		В	1		0,500			В	4		0,800	
	Н В С	С	1	1	1,000		С С В В	С	2	2	1,000	
		С Н Н	Н	1	6			0,167	С В Н В	С	1	1
	С		5	0,833			С В С Н	Н		1	3	0,333

	CHC	H	2	7	0,286		C	2		0,667
		C	4		0,571	CBCC	B	1	1	1,000
		B	1		0,143		H	1		0,250
4	CCH	H	1	2	0,500	CBCB	C	2	4	0,500
		C	1		0,500		B	1	0,250	
	CCB	C	5	7	0,714	CBBC	H	4	4	1,000
		B	2		0,286	BHBC	C	1	1	1,000
	CBH	B	1	1	1,000	BCHH	C	3	3	1,000
CBC	H	3		0,375	BCHC	H	1	4	0,250	
4	BCHC	C	3	4	0,750	BCCHH	H	1	1	1,000
	BCCH	H	1	1	1,000	BCCBB	C	1	1	1,000
	BCCB	B	1	1	1,000	BCBHB	C	1	1	1,000
	BCBH	B	1	1	1,000	BCBCH	H	1	2	0,500
	BCBC	H	2	2	1,000		C	1		0,500
	BCBB	C	1	1	1,000	BCBBC	H	1	1	1,000
	BBCH	H	2	4	0,500	BBCHH	C	2	2	1,000
C		2	0,500		BBCHC	C	2	2	1,000	
5	HHHCH	C	1	1	1,000	HHHCHC	C	1	1	1,000
	HHCHC	H	1	2	0,500	HHCHCH	H	1	1	1,000
	HHCBC	H	1	1	1,000	HHCHCC	B	1	1	1,000
	HCHHC	C	1	2	0,500	HHCCBC	C	1	1	1,000
		B	1		0,500	HHCCBB	C	1	1	1,000
	HCHCH	H	1	1	1,000	HHCBCH	C	1	1	1,000
	HCHCC	B	1	1	1,000	HCHHCC	B	1	1	1,000
	HCCHC	B	1	1	1,000	HCHHCB	C	1	1	1,000
	HCCBC	C	1	5	0,200	HCHCHH	C	1	1	1,000
		B	4		0,800	HCHCCB	C	1	1	1,000
	HCCBB	C	1	1	1,000	HCCCHCB	B	1	1	1,000
HCBCH	C	1	1	1,000	HCCBCC	B	1	1	1,000	
5	HCBBC	H	1	1	1,000	HCCBCB	H	1	4	0,250
	HBCCH	H	1	1	1,000		C	2		0,500
	CHHHC	H	1	1	1,000		B	1		0,250
	CHHCH	C	1	1	1,000	HCCBBC	H	1	1	1,000
	CHHCC	B	3	3	1,000	HCBCHC	C	1	1	1,000
	CHHCB	C	1	1	1,000	HCBBCH	H	1	1	1,000
	CHCHH	C	2	2	1,000	HBCCHH	H	1	1	1,000
	CHCCH	C	1	1	1,000	CHHHCH	C	1	1	1,000
	CHCCB	C	3	3	1,000	CHHCHC	H	1	1	1,000
	CHCBB	C	1	1	1,000	CHHCCB	C	1	2	0,500
	CCHHH	C	1	1	1,000		B	1		0,500
	CCHCB	B	1	1	1,000	CHHCBC	H	1	1	1,000
	CCBCC	B	1	1	1,000	CHCHHC	C	1	2	0,500
	H	1		0,250	CHCHHC	B	1	2	0,500	
6	CCBCB	C	2	4	0,500	CHCCHC	B	1	1	1,000
		B	1		0,250	CHCCBC	B	3	3	1,000
	CCBBC	H	2	2	1,000	CHCBCB	H	1	1	1,000
	CBHBC	C	1	1	1,000	CCHHHC	H	1	1	1,000
	CBCHH	C	1	1	1,000	CCHCBB	C	1	1	1,000
	CBCHC	H	1	2	0,500	CCBCCB	B	1	1	1,000
		C	1		0,500	CCBCBH	B	1	1	1,000
	CBCCB	B	1	1	1,000	CCBCBC	H	2	2	1,000
	CBCBH	B	1	1	1,000	CCBCBB	C	1	1	1,000
	CBCBC	H	2	2	1,000	CCBBCH	H	1	2	0,500
	CBCBB	C	1	1	1,000		C	1		0,500

	CBBCH	H	2	4	0,500		CBHBCC	H	1	1	1,000
		C	2		0,500			CBCHHC	C	1	1
	BHBCC	H	1	1	1,000		CBCHCH		H	1	1
5	BCHHC	H	1	3	0,333			CBCHCC	B	1	1
		C	2		0,667		CBCBCC		C	1	1
	BCHCH	H	1	1	1,000			CBCBHB	C	1	1
	BCHCC	H	1	3	0,333		CBCBCH		H	1	2
B		2	0,667		C	1		0,500			
6	CBCBBC	H	1	1	1,000		CCBCBCH	C	1	2	0,500
	CBBCHH	C	2	2	1,000		CCBCBBC	H	1	1	1,000
	CBBCHC	C	2	2	1,000		CCBBCHH	C	1	1	1,000
	BHBCCCH	H	1	1	1,000		CCBBCHC	C	1	1	1,000
	BCHHCH	C	1	1	1,000		CBHBCCCH	H	1	1	1,000
	BCHHCC	B	2	2	1,000		CBCHHCC	B	1	1	1,000
	BCHCHH	C	1	1	1,000		CBCHCHH	C	1	1	1,000
	BCHCCH	C	1	1	1,000		CBCHCCB	C	1	1	1,000
	BCHCCB	C	2	2	1,000		CBCBCC	H	1	1	1,000
	BCHHHH	C	1	1	1,000		CBCBHBC	C	1	1	1,000
	BCCBBC	H	1	1	1,000		CBCBCHH	C	1	1	1,000
	BCBHBC	C	1	1	1,000		CBCBCHC	H	1	1	1,000
	BCBCHH	C	1	1	1,000		CBCBBCH	C	1	1	1,000
	BCBCHC	H	1	1	1,000		CBBCHHC	H	1	2	0,500
	BCBBCH	C	1	1	1,000			C	1		0,500
	BBCHHC	H	1	2	0,500		CBBCHCC	H	1	2	0,500
		C	1		0,500			B	1		0,500
	BBCHCC	H	1	2	0,500		BHBCCHH	H	1	1	1,000
B		1	0,500		BCHHCHC	H	1	1	1,000		
HHHCHCC	B	1	1	1,000	BCHHCCB	C	1	1	1,000		
HHCHCHH	C	1	1	1,000	BCHCHHC	B	1	1	1,000		
	HHCHCCB	C	1	1	1,000		BCHCCHC	B	1	1	1,000
	HHCCBCC	B	1	1	1,000		BCHCCBC	B	2	2	1,000
	HHCCBBC	H	1	1	1,000		BCCHHHC	H	1	1	1,000
	HHCBCHC	C	1	1	1,000		BCCBBCH	H	1	1	1,000
	HCHHCCB	B	1	1	1,000		BCBHBC	H	1	1	1,000
	HCHHCBC	H	1	1	1,000		BCBCHHC	C	1	1	1,000
	HCHCHHC	C	1	1	1,000		BCBCHCH	H	1	1	1,000
	HCHCCBC	B	1	1	1,000		BCBBCHC	C	1	1	1,000
	HCCCHBB	C	1	1	1,000		BBCHHCH	C	1	1	1,000
	HCCBCCB	B	1	1	1,000		BBCHHCC	B	1	1	1,000
	HCCBCBH	B	1	1	1,000		BBCHCCH	C	1	1	1,000
	HCCBCBC	H	2	2	1,000		BBCHCCB	C	1	1	1,000
	HCCBCBB	C	1	1	1,000		HHHCHCCB	C	1	1	1,000
	HCCBBCH	C	1	1	1,000		HHCHCHHC	C	1	1	1,000
7	HCBCHCC	B	1	1	1,000		HHCHCCBC	B	1	1	1,000
	HCBBCHH	C	1	1	1,000		HHCCBCCB	B	1	1	1,000
	HBCCHHH	C	1	1	1,000		HHCCBBCH	C	1	1	1,000
	CHHHCHC	C	1	1	1,000		HHCBCHCC	B	1	1	1,000
	CHHCHCH	H	1	1	1,000		HCHHCCBB	C	1	1	1,000
	CHHCCBC	C	1	1	1,000		HCHHCBCB	C	1	1	1,000
	CHHCCBB	C	1	1	1,000		HCHCHHC	B	1	1	1,000
	CHHCBCH	C	1	1	1,000		HCHCCBCB	C	1	1	1,000
	CHCHHCC	B	1	1	1,000		HCCBCCBB	H	1	1	1,000
	CHCHHCB	C	1	1	1,000		HCCBCBHB	C	1	1	1,000
	CHCCHCB	B	1	1	1,000						

	CHCCBCB	C	2	3	0,667	HCCBCBCH	H	1	2	0,500
		B	1		0,333		C	1		0,500
	CHCBBCH	H	1	1	1,000	HCCBCBBC	H	1	1	1,000
	CCHHHCH	C	1	1	1,000	HCCBBCHC	C	1	1	1,000
	CCHCBBC	H	1	1	1,000	HCBCCHCCB	C	1	1	1,000
	CCBCCBB	C	1	1	1,000	HCBBCHHC	H	1	1	1,000
	CCBCBHB	C	1	1	1,000	HBCCHHHC	H	1	1	1,000
	CHHHCHCC	B	1	1	1,000	HHCCBBCHC	C	1	1	1,000
	CHHCHCHH	C	1	1	1,000	HHCBCHCCB	C	1	1	1,000
	CHHCCBCC	B	1	1	1,000	HCHHCCBBC	H	1	1	1,000
	CHHCCBBC	H	1	1	1,000	HCHHCBCHC	C	1	1	1,000
	CHHCBCCHC	C	1	1	1,000	HCHCHHCCB	B	1	1	1,000
	CHCHHCCB	B	1	1	1,000	HCHCCBCBC	H	1	1	1,000
	CHCHHCBC	H	1	1	1,000	HCCCHCBCH	H	1	1	1,000
	CHCCHCBB	C	1	1	1,000	HCCBCCBBC	H	1	1	1,000
	CHCCBCBC	H	2	2	1,000	HCCBCBHBC	C	1	1	1,000
	CHCCBCBB	C	1	1	1,000	HCCBCBCHH	C	1	1	1,000
	CHCBBCHH	C	1	1	1,000	HCCBCBCHC	H	1	1	1,000
	CCHHHCHC	C	1	1	1,000	HCCBCBBCH	C	1	1	1,000
	CCHCBBCB	H	1	1	1,000	HCCBBCHCC	B	1	1	1,000
	CCBCCBBC	H	1	1	1,000	HCBCCHCCBC	B	1	1	1,000
	CCBCBHBC	C	1	1	1,000	HCBBCHHCH	C	1	1	1,000
	CCBCBCHH	C	1	1	1,000	HBCCHHHCH	C	1	1	1,000
	CCBCBCHC	H	1	1	1,000	CHHHCHCCB	C	1	1	1,000
	CCBCBBCH	C	1	1	1,000	CHHCHCHHC	C	1	1	1,000
	CCBBCHHC	C	1	1	1,000	CHHCCBCCB	B	1	1	1,000
	CCBBCHCC	B	1	1	1,000	CHHCCBBCH	C	1	1	1,000
CBHBCCHH	H	1	1	1,000	CHHCBCCHC	B	1	1	1,000	
CBCHHCCB	C	1	1	1,000	CHCHHCCBB	C	1	1	1,000	
8	CBCHCHHC	B	1	1	1,000	CHCHHCBCB	C	1	1	1,000
	CBCHCCBC	B	1	1	1,000	CHCCHCBBC	H	1	1	1,000
	CBCCBBCH	H	1	1	1,000	CHCCBCBCH	H	1	2	0,500
	CBCBHBCB	H	1	1	1,000		C	1		0,500
	CBCBCHHC	C	1	1	1,000	CHCCBCBBC	H	1	1	1,000
	CBCBCHCH	H	1	1	1,000	CHCBBCHHC	H	1	1	1,000
	CBCBBCHC	C	1	1	1,000	CCHHHCHCC	B	1	1	1,000
	CBBCCHHCH	C	1	1	1,000	CCHCBBCBH	C	1	1	1,000
	CBBCCHHC	B	1	1	1,000	CCBCCBBCH	H	1	1	1,000
	CBBCCHCC	C	1	1	1,000	CCBCBHBCB	H	1	1	1,000
	CBBCCHCCB	C	1	1	1,000	CCBCBCHHC	C	1	1	1,000
	BHBCCHHH	C	1	1	1,000	CCBCBCHCH	H	1	1	1,000
	BCHHCHCH	H	1	1	1,000	CCBCBBCHC	C	1	1	1,000
	BCHHCCBC	C	1	1	1,000	CCBBCHHCC	B	1	1	1,000
	BCHCHHCB	C	1	1	1,000	CCBBCHCCB	C	1	1	1,000
	BCHCCHCB	B	1	1	1,000	CBHBCCHHH	C	1	1	1,000
		C	1		0,500	CBCHHCCBC	C	1	1	1,000
	BCHCCBCB	B	1	2	0,500	CBCHCHHCB	C	1	1	1,000
	BCCHHHCH	C	1	1	1,000	CBCHCCBCB	B	1	1	1,000
	BCCBBCHH	C	1	1	1,000	CBCCBBCBH	C	1	1	1,000
	BCBHBCCH	H	1	1	1,000	CBCBHBCCH	H	1	1	1,000
	BCBCHHCC	B	1	1	1,000	CBCBCHHCC	B	1	1	1,000
	BCBCHCHH	C	1	1	1,000	CBCBCHCHH	C	1	1	1,000
	BCBBCHCC	H	1	1	1,000	CBCBBCHCC	H	1	1	1,000
	BBCHHCHC	H	1	1	1,000	CBBCHHCHC	H	1	1	1,000

	BBCHCCHC	B	1	1	1,000		CBBCHCCHC	B	1	1	1,000
	BBCHCCBC	B	1	1	1,000		CBBCHCCBC	B	1	1	1,000
	HHHCHCCBC	B	1	1	1,000		BHBCCHHHC	H	1	1	1,000
	HHCHCHHCC	B	1	1	1,000		BCHHCHCHH	C	1	1	1,000
	HHCHCCBCB	C	1	1	1,000		BCHHCCBCC	B	1	1	1,000
	HHCCBCCBB	C	1	1	1,000		BCHCHHCB	H	1	1	1,000
	BCHCCHCBB	C	1	1	1,000		CHHCHCHHCC	B	1	1	1,000
	BCHCCBCBC	H	1	1	1,000		CHHCCBCCBB	C	1	1	1,000
	BCHCCBCBB	C	1	1	1,000		CHHCCBBCHC	C	1	1	1,000
	BCCHHHCHC	C	1	1	1,000		CHHCBCHCCB	C	1	1	1,000
	BCCBBCHHC	C	1	1	1,000		CHCHHCCBBC	H	1	1	1,000
	BCBHBCCHH	H	1	1	1,000		CHCHHCBCHC	C	1	1	1,000
	BCBCHHCCB	C	1	1	1,000		CHCCHCB BCH	H	1	1	1,000
	BCBCHCHHC	B	1	1	1,000		CBCHHCCBBC	B	1	1	1,000
	BCBBCHCCH	C	1	1	1,000		CBCHCHHCBC	H	1	1	1,000
	BBCHHCHCH	H	1	1	1,000		CBCHCCBCBB	C	1	1	1,000
	BBCHCCHCB	B	1	1	1,000		CBCCBBCHHC	C	1	1	1,000
	BBCHCCBCB	C	1	1	1,000		CB CBHBCCHH	H	1	1	1,000
	HHHCHCCBCB	C	1	1	1,000		CB CBCHHCBC	C	1	1	1,000
	HHCHCHHCCB	B	1	1	1,000		CB CBCHCHHC	B	1	1	1,000
	HHCHCCBCBC	H	1	1	1,000		CB CB BCHCCH	C	1	1	1,000
	HHCCBCCBBC	H	1	1	1,000		CB BCHHCHCH	H	1	1	1,000
	HHCCBBCHCC	B	1	1	1,000		CB BCHCCHCB	B	1	1	1,000
	HHCBCHCCBC	B	1	1	1,000		CB BCHCCBCB	C	1	1	1,000
	HCHHCCBBCH	C	1	1	1,000		BHBCCHHHC	C	1	1	1,000
	HCHHCBCHCC	B	1	1	1,000		BCHHCHCHHC	C	1	1	1,000
	HCHCHHCCBB	C	1	1	1,000		BCHHCCBCCB	B	1	1	1,000
	HCHCCBCBCH	C	1	1	1,000		BCHCHHC BCH	C	1	1	1,000
	HCCHCBBCHH	C	1	1	1,000		BCHCCHCBBC	H	1	1	1,000
	HCCBCCBBCH	H	1	1	1,000		BCHCCBCBCH	H	1	1	1,000
	HCCBCBHBCC	H	1	1	1,000		BCHCCBCBBC	H	1	1	1,000
	HCCBCBCHHC	C	1	1	1,000		BCCHHHCHCC	B	1	1	1,000
	HCCBCBCHCH	H	1	1	1,000		BCCBBCHHCC	B	1	1	1,000
	HCCBCBBCHC	C	1	1	1,000		BCBHBCCHH	C	1	1	1,000
	HCCBBCHCCB	C	1	1	1,000		BCBCHHCCBC	C	1	1	1,000
	HCBCHCCBCB	B	1	1	1,000		BCBCHCHCB	C	1	1	1,000
	HCBBCHHCHC	H	1	1	1,000		BCBBCHCCHC	B	1	1	1,000
	HBCCHHHCHC	C	1	1	1,000		BBCHHCHCHH	C	1	1	1,000
	CHHHCHCCBC	B	1	1	1,000		BBCHCCHCBB	C	1	1	1,000
							BBCHCCBCBC	H	1	1	1,000

Приложение 3

Результат реализации процесса валидации прогнозной модели для отрезка ВР котировки акций «Сбербанк» $u_i, i = \overline{67,78}$

Прогнозируемый полугодие	l - конфигураци я	Переходы l - конфигурации в H,C,B	Прогнозное нечеткое терм-множество $U = \{(H, \mu_H), (C, \mu_C), (B, \mu_B)\}$	Исходные термы	Исходны е числовые данные, тыс.руб	Численны й прогноз, тыс.руб	Погрешно сть числовая, %	Погрешно сть лингвисти ческая
1	2	3	4	5	6	7	8	9
14.03.05	ВВСННСС	Н		В	16349	14236,46	14,84	В
		С	$U = \{(H;0,09), (C;0,04), (B;0,87)\}$					
		В						
28.02.05	ССВВСННС	Н		С	14000	13066,92	7,141	С
		С	$U = \{(H;0,4), (C;0,5), (B;0,1)\}$					
		В						
14.02.05	ССВВСНН	Н		С	13350	13510,75	1,19	С
		С	$U = \{(H;0,09), (C;0,9), (B;0,007)\}$					
		В						
31.01.05	ВССВВСН	Н		Н	11970	12834,44	6,73	Н
		С	$U = \{(H;0,5), (C;0,4), (B;0,1)\}$					
		В						
17.01.05	ВССВВС	Н		Н	12100	11547,64	4,78	Н
		С	$U = \{(H;0,8), (C;0,08), (B;0,1)\}$					
		В						
03.01.05	ВССВВ	Н		С	13650	13365,33	2,13	С
		С	$U = \{(H;0,48), (C;0,49), (B;0,03)\}$					
		В						
20.12.04	ВССВ	Н		В	14355	13860,00	3,57	С
		С	$U = \{(H;0,1), (C;0,5), (B;0,4)\}$					
		В						
06.12.04	СВСС	Н		В	14660	12919,40	13,47	В
		С	$U = \{(H;0,3), (C;0,1), (B;0,6)\}$					
		В						
22.11.04	ННССВС	Н		С	13500	12928,15	4,42	С
		С	$U = \{(H;0,2), (C;0,5), (B;0,3)\}$					
		В						
08.11.04	ВСННССВ	Н		С	13180	12761,09	3,28	С
		С	$U = \{(H;0,1), (C;0,7), (B;0,2)\}$					
		В						
25.10.04	СВСННСС	Н		В	13650	12607,72	8,27	В
		С	$U = \{(H;0,1), (C;0,04), (B;0,87)\}$					
		В						
11.10.04	СВСННС	Н		С	12650	12004,98	5,37	С
		С	$U = \{(H;0,3), (C;0,6), (B;0,1)\}$					
		В						
	Итого				Средняя погрешность		6,27%	8,3%

